



Dr. Antonio Iván Ruiz Chaveco
(Organizador)

**MODELAGEM
MATEMÁTICA
DE PROCESSOS DIVERSOS**

Appris
Editora

Catálogo na Fonte
Elaborado por: Josefina A. S. Guedes
Bibliotecária CRB 9/870

M689 Modelagem matemática de processos diversos / Antonio Iván Ruiz Chaveco
2018 (Organizador). – 1. ed. - Curitiba: Appris, 2018.
243 p. ; 23 cm (Ensino de Ciências)

Inclui bibliografias
ISBN 978-85-473-0511-6

1. Matemática aplicada. 2. Equações diferenciais. I. Chaveco, Antonio Iván Ruiz, org.
II. Título. III. Série.

CDD 23. ed. – 515.35

Editora e Livraria Appris Ltda.
Av. Manoel Ribas, 2265 – Mercês
Curitiba/PR – CEP. 80810-002
Tel. (41) 3156 - 4731
<http://www.editoraappris.com.br/>

Appris
Editora

Dr. Antonio Iván Ruiz Chaveco
(Organizador)

Adolfo Fernández Garcías
Ana Maria Libório de Oliveira
Carlos Cabal Mirabal
Enildo Batista Lopes
Edilson de Carvalho Filho
Fabiana Chagas de Andrade
Leide Maria Leão Lopes
Marcelo Lacortt
Oscar Antonio González Chong
Pedro Castañeda Porras
Rainey Ferreira do Nascimento
Sandy Sánchez Domínguez
Tales Vinícius Marinho de Araújo
Thalita da Costa Taquita Hilário
Zequias Ribeiro Montalvam Filho
(Autores)

MODELAGEM MATEMÁTICA DE PROCESSOS DIVERSOS

Appris
Editora

Curitiba - PR

2018

Editora Appris Ltda.

1ª Edição - Copyright© 2018 dos autores

Direitos de Edição Reservados à Editora Appris Ltda.

Nenhuma parte desta obra poderá ser utilizada indevidamente, sem estar de acordo com a Lei nº 9.610/98.

Se incorreções forem encontradas, serão de exclusiva responsabilidade de seus organizadores.

Foi feito o Depósito Legal na Fundação Biblioteca Nacional, de acordo com as Leis nºs 10.994, de 14/12/2004 e 12.192, de 14/01/2010.

FICHA TÉCNICA

EDITORIAL	Augusto V. de A. Coelho Marli Caetano Sara C. de Andrade Coelho
COMITÊ EDITORIAL	Andréa Barbosa Gouveia - USP Edmeire C. Pereira - UFPR Ireneide da Silva - UFC Jacques de Lima Ferreira - PUCPR Marilda Aparecida Behrens - UFPR
EDITORIAÇÃO	Lucas Andrade
ASSESSORIA EDITORIAL	Bruna Fernanda Martins
DIAGRAMAÇÃO	Nayara Stelmach de Melo
CAPA	Tarlíny da Silva
REVISÃO	Agnes Souza Moreira
GERÊNCIA COMERCIAL	Eliane de Andrade
GERÊNCIA DE FINANÇAS	Selma Maria Fernandes do Valle
GERÊNCIA ADMINISTRATIVA	Diogo Barros
COMUNICAÇÃO	Carlos Eduardo Pereira Igor do Nascimento Souza
LIVRARIAS E EVENTOS	Milene Salles Estevão Misael

COMITÊ CIENTÍFICO DA COLEÇÃO ENSINO DE CIÊNCIAS

DIREÇÃO CIENTÍFICA Roque Ismael da Costa Gúllich (UFFS)

CONSULTORES	Acácio Pagan (UFS)	Noemi Boer (Unifra)
	Gilberto Souto Caramão (Setrem)	Joseana Stecca Farezim Knapp (UFGD)
	Ione Slongo (UFFS)	Marcos Barros (UFRPE)
	Leandro Belinaso Guimarães (Ufsc)	Sandro Rogério Vargas Ustra (UFU)
	Lenice Heloisa de Arruda Silva (UFGD)	Silvia Nogueira Chaves (UFPA)
	Lenir Basso Zanon (Unijuí)	Juliana Rezende Torres (UFSCar)
	Maria Cristina Pansera de Araújo (Unijuí)	Marlécio Maknamara da Silva Cunha (UFRN)
	Marsívio Pereira (UFPB)	Claudia Christina Bravo e Sá Carneiro (UFC)
	Neusa Maria Jhon Scheid (URI)	Marco Antonio Leandro Barzano (Uefs)

PREFÁCIO

Desde os anos 1990, um grupo de pesquisadores do Centro de Biofísica Médica de Santiago de Cuba e do Departamento de Matemática da Universidade de Oriente, também de Santiago de Cuba, iniciaram o desenvolvimento da linha de pesquisa relacionada à Modelagem Matemática de processos médicos biológicos, estudando inicialmente a formação de polímeros no sangue, tratando os modelos autônomo e não autônomo.

Os primeiros trabalhos foram publicados pelos pesquisadores Carlos Cabal Mirabal e Antonio Iván Ruiz Chaveco, em 2008. Posteriormente foram incorporados outros pesquisadores, que em função dos resultados encontrados, chegaram a concluir os seus trabalhos doutorais. O mais recente foi o de Sandy Sánchez Domínguez, em 2011, que tratou o problema não autônomo na modelagem, com a orientação de Adolfo Fernández Garcías e Antonio Iván. Com esses resultados, foi publicado o livro *Mathematical Modeling of the Pele-mirization of Hemoglobin S*, de 2015, pela Editora Lap Lambert, na Alemanha. Esse grupo de pesquisadores aumentou e no momento não se limita somente aos da região de Cuba, mas também integram o grupo colaboradores da Universidade do Estado do Amazonas e da Universidade Federal do Amazonas. Da mesma forma, foi ampliado o espectro das pesquisas, pois no momento são tratados processos diversos, dos quais alguns serão deles nesta obra, em particular do pesquisador Marcelo Lacortt, com relação aos problemas do trânsito em cidades de médio e grande porte, em que fez uso de um software que dá soluções aproximadas ao problema simulado.

Este livro não se limita à pesquisa de simulações ótimas para cada um dos processos tratados, mas também faz um estudo analítico para simplificar esses sistemas de equações diferenciais que os modelam, para tanto, aplica a Teoria Qualitativa das Equações Diferenciais para fazer prognósticos do comportamento futuro do fenômeno tratado.

Em diferentes artigos, versando sobre determinadas doenças, analisam-se as características destas, formas de apresentação, assim como a incidência no Brasil e as causas. Tais informações propiciam conhecimento ao leitor sobre os possíveis meios contágios das enfermidades abordadas, seus sintomas e tratamentos. Os dados estatísticos aqui apresentados são tomados, quase em sua totalidade, de trabalhos referenciados na bibliografia indicada, bem como, em sua maioria, também constam na internet.

O conjunto de resultados é inédito, não somente na área da modelagem, mas também na própria Teoria das Equações Diferenciais no que tange ao estudo dos casos críticos combinados, entre outros, resultando na forma normal combinada e forma quase normal combinada que permitem extrair conclusões do comportamento futuro do processo.

Em geral, para o estudo dos sistemas que simulam os processos estudados são utilizadas a Teoria Analítica de Equações Diferenciais e a Teoria Qualitativa de Equações Diferenciais, mas, em determinados casos, é feito uso de outras técnicas não menos importantes e que também permitem chegar a conclusões com relação ao fenômeno real tratado.

Nos três últimos capítulos, são usados sistemas não autônomos, e, em particular, periódicos com relação ao tempo para fazer a simulação do processo da formação de polímeros e domínio no sangue. Baseamo-nos no princípio de que no caso dessa doença, as crises em geral aparecem de forma periódica, o que garante maior aproximação das soluções. Dessa forma chegamos a resultados importantes, não apenas do ponto de vista da modelagem, mas muito também das próprias Equações Diferenciais.

Esperamos que este livro seja útil não somente para os profissionais da Matemática e Ciências afins, mas também para aqueles que fazem trabalhos sociais de instrução à população com relação a diferentes doenças, seus sintomas e tratamentos, para assim evitar complicações futuras por falta de medidas profiláticas.

*Prof. Dr. Luiz Henrique Ferraz Pereira
Universidade de Passo Fundo (UPF)
abril de 2017*

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

MODELO DOS PROCESSOS AGREGADOS MOLECULARES DA HEMOGLOBINA SEM AUSÊNCIA DA CRISTALIZAÇÃO.....	13
1.1 Introdução	13
1.2 Método	15
1.3 Resultados e discussão.....	16
1.3.1 Velocidade de polimerização.....	18
1.4 Considerações finais	19
1.5 Referências.....	20

CAPÍTULO 2

PLANIFICAÇÃO DE PEÇAS OBTIDAS PELA INTERSEÇÃO DE SUPERFÍCIES CILÍNDRICAS	21
2.1 Introdução	21
2.2 Referencial teórico	22
2.3 Modelagem matemática do processo de planificação de peças obtidas a partir da interseção entre dois cilindros.....	24
2.3.1 Planificação de cilindros perpendiculares entre si.....	25
2.3.2 Planificação de Cilindros oblíquos entre si	29
2.4 Resultados computacionais.....	34
2.5 Considerações finais	35
2.6 Referências.....	36

CAPÍTULO 3

MODELO MATEMÁTICO PARA ESTIMATIVA DA FROTA VEICULAR DO MUNICÍPIO DE TABATINGA-AM.....	37
3.1 Introdução	37
3.2 Referencial teórico	38
3.3 Modelagem matemática.....	38
3.4 Crescimento populacional	40
3.5 <i>Excel</i>	42
3.6 Metodologia.....	42
3.7 Resultados e discussões.....	43
3.8 O modelo	43

3.9 Análise gráfica dos resultados.....	45
3.10 Considerações finais.....	48
3.11 Referências	49

CAPÍTULO 4

MODELOS MATEMÁTICOS PARA OTIMIZAÇÃO DO TRÁFEGO URBANO

SEMAFORIZADO	51
4.1 Introdução	51
4.2 Engenharia de tráfego	52
4.3 Modelos para otimização do tráfego urbano semaforizado	56
4.3.1 Modelo 1	56
4.3.2 Modelo 2	58
4.3.3 Implementação computacional dos modelos	59
4.4 Estudo da região central de passo fundo	61
4.4.1 Descrição do problema	61
4.4.2 Resultados numéricos	63
4.5 Considerações finais	66
4.6 Referências.....	67

CAPÍTULO 5

MECANISMO DO PROCESSO DE CRISTALIZAÇÃO DA HEMOGLOBINAS.....

69	69
5.1 Introdução	69
5.2 Método	70
5.2.1. Início da cristalização	70
5.2.2 Cristalização avançada	71
5.3 Resultados e discussão.....	72
5.3.1. Início da cristalização	72
5.3.2 Grande cristalização avançada	72
5.3.3 Cristalização nos estágios intermédios intermediários	73
5.4 Considerações finais	75
5.5 Referências.....	76

CAPÍTULO 6

MODELAGEM MATEMÁTICA DO DESENVOLVIMENTO DE EPIDEMIAS.....

77	77
6.1 Introdução	77
6.2 Considerações finais	86
6.3 Referências.....	87

CAPÍTULO 7	
MODELO DA DINÂMICA INSULINA-GLICOSE.....	89
7.1 Introdução	89
7.2 Desenvolvimento.....	91
7.3 Formulação do modelo.....	93
7.4 Caso linear.....	94
7.5 Modelo correspondente ao diabético.....	95
7.6 Referências.....	99
CAPÍTULO 8	
MODELOS DE DOENÇAS SEXUALMENTE TRANSMISSÍVEIS	101
8.1 Determinante da matriz da parte linear positivo.....	106
8.2 Determinante da matriz da parte linear negativo.....	107
8.3 Determinante da matriz da parte linear nulo	109
8.4 Considerações finais	115
8.5 Referências.....	116
CAPÍTULO 9	
FORMA QUASE NORMAL COMBINADA PARA A SOLUÇÃO DE UM MODELO DE ANEMIA.....	117
9.1 Introdução	117
9.2 Desenvolvimento	118
9.3 Considerações finais	126
9.4 Referências.....	126
CAPÍTULO 10	
MODELO PRESA-PREDADOR NO MARCO ECOLÓGICO	129
10.1 Introdução.....	129
10.2 Modelo lotka-volterra	131
10.3 Formulação do modelo.....	133
10.4 Análise qualitativa	136
10.5 Forma normal	137
10.6 Caso de competição pelas presas	139
10.7 Modelo de três espécies.....	141
10.8 Considerações finais	145
10.9 Referências	146

CAPÍTULO 11	
MODELO DA POLIMERIZAÇÃO DA HEMOGLOBINA S.....	147
11.1 Introdução.....	147
11.2 Desenvolvimento	148
11.3 Caso em que aparece um valor próprio nulo.....	150
11.4 Caso de um par de valores próprios imaginários puros.....	153
11.5 Caso crítico combinado.....	157
11.6 Referências	162
CAPÍTULO 12	
DINÂMICA DE UMA DROGA NUM ORGANISMO HUMANO	163
12.1 Introdução.....	163
12.2 Formulação do modelo	166
12.3 Forma quase normal combinada	168
12.4 Considerações finais.....	175
12.5 Referências	176
CAPÍTULO 13	
MODELAÇÃO MATEMÁTICA DA ELIMINAÇÃO DE POLUIÇÃO	177
13.1 Introdução.....	177
13.2 Caso em que aparece um valor próprio nulo.....	182
13.3 Caso de um par de valores próprios imaginários puros.....	185
13.4 Caso crítico combinado.....	188
13.5 Referências	192
CAPÍTULO 14	
SIMULAÇÃO PARA O ÁTOMO DE HIDRÓGENIO POR MEIO DE EQUAÇÃO DE SCHRÖDINGER.....	193
14.1 Introdução.....	193
14.2 Equação de Schrödinger	194
14.3 Aplicação da equação de schrödinger no átomo de hidrogênio.....	197
14.4 Considerações finais.....	201
14.5 Referências	202
CAPÍTULO 15	
MODELO DA SICKLEMIA COM COEFICIENTES PERIÓDICOS NA FUNÇÃO DE POLIMERIZAÇÃO.....	203
15.1 Introdução.....	203

15.2 Desenvolvimento	205
15.3 Caso em que aparece um par de valores próprios imaginários puros.....	207
15.4 Caso em que aparece um valor próprio nulo.....	212
15.5 Considerações finais.....	216
15.6 Referências	217

CAPÍTULO 16

MODELO DE SIKLEMA COM COEFICIENTES PERIÓDICOS PARA UM CASO

CRÍTICO COMBINADO 219

16.1 Introdução.....	219
16.2 Desenvolvimento	221
16.3 Referências	229

CAPÍTULO 17

MODELO DE SICKLEMA NÃO AUTÔNOMO COM COEFICIENTE PERIÓDICO

EM GERAL 231

17.1 Introdução.....	231
17.2 Desenvolvimento	232
17.3 Referências	237

SOBRE OS AUTORES	239
-------------------------------	------------

CAPÍTULO 1

MODELO DOS PROCESSOS AGREGADOS MOLECULARES DA HEMOGLOBINA SEM AUSÊNCIA DA CRISTALIZAÇÃO

*Carlos Cabal-Mirabal
Ana Maria Libório
Iván Ruiz Chaveco*

1.1 Introdução

A anemia falciforme continua a ser um problema de saúde em todo o mundo, ver (BENESCH, R. E.; BENESCH, R.; EDALJI, R.; KWONG, S, 1978). Essa doença genética ocorre em razão de uma alteração na cadeia de aminoácidos da hemoglobina, que leva à polimerização da hemoglobina S (HbS) em condições de baixa oxigenação, à deformação dos glóbulos vermelhos, alterações na permeabilidade e elasticidade da membrana, modificações na reologia do sangue e vários outros processos fisiológicos, produzindo assim as crises vaso-oclusivas que causam uma deterioração intensa e progressiva dos pacientes, resultando em morte, geralmente em idades precoces (BENESCH, R. E.; BENESCH, R.; EDALJI, R.; KWONG, S, 1978).

Vários fatores determinam a polimerização de HbS desoxigenada. Alguns deles são: grau de oxigenação HbS (BRIEHL, R. W. 1978); (BRITTENHAM, G. M.; SCHECHTER, A. N.; NOGUCHI, C. T. 1985); (CHANG, H.; NAGEL, R. L. 1978), concentração de HbS [HbS], temperatura (EATON, W. A.; HOFRICHTER, J. 1990); (HAN, J.; J. HERZFELD. 1998), pH da solução (BRIEHL, R. W. 1978) e a presença de outras hemoglobinas (CHEETHAM, R. C.; HUEHNS, E. R.; ROSEMEYER, M. A. (1979). O principal fator que determina a polimerização de HbS é a pressão parcial de oxigênio p , pois a razão oxigenada HbS / desoxigenada HbS (oxyHbS / deoxyHbS) depende dela. O aumento da temperatura favorece a formação de agregados de deoxyHbS, assim como um aumento de [HbS]. No entanto, para que esse fenômeno ocorra, é necessária uma concentração de desoxyHbS [desoxyHbS] maior do que um valor mínimo (α) (BRIEHL, R. W. 1978); (BRITTENHAM, G. M.; SCHECHTER, A. N.; NOGUCHI, C. T. 1985).

Um fato experimental interessante é que, mesmo em uma p baixa, uma fração de desoxiHbS não está em estado agregado molecular e diminui com o aumento de p (BRIEHL, R. W. 1978); (BRITTENHAM, G. M.; SCHECHTER, A. N.; NOGUCHI, C. T. 1985). A formação de agregados moleculares de HbS é um fenômeno reversível, uma vez que os agregados de deoxyHbS dissolvem-se sob oxigenação ou com uma diminuição da temperatura (BENESCH, R. E.; BENESCH, R.; EDALJI, R.; KWONG, S, 1978); (CHEETHAM, R. C.; HUEHNS, E. R.; ROSEMEYER, M. A. 1979).

O efeito inibidor da mistura de HbS com outros tipos de Hemoglobina (HbA, HbF, HbA₂) na polimerização é bem conhecido (BRIEHL, R. W. 1978); (DEAN, J.; SCHECHTER, A. N. 1978)

O aumento da HbA e HbF na hemoglobina total de pacientes com anemia falciforme também tem sido associado a uma diminuição da gravidade clínica (BENESCH, R. E.; BENESCH, R.; EDALJI, R.; KWONG, S, 1978); (BRIEHL, R. W. 1978); (BRITTENHAM, G. M.; SCHECHTER, A. N.; NOGUCHI, C. T. 1985); (EATON, W. A.; HOFRICHTER, J. 1990); (HAN, J.; J. HERZFELD. 1998); (NOGUCHI, C. T.; SCHECHTER, A. N. 1981); (SERJEANT, G. R. 1994); (SCHECHTER, A. N.; RODGERS E G.P. 1995); (SUNSHINE, H. R.; HOFRICHTER, J.; EATON, W. A. 1978.

Os polímeros de HbS têm sido estudados usando diferentes técnicas, tais como a difração de raios X e a Microscopia Eletrônica (EM) (BRIEHL, R. W. 1978). A estrutura dos agregados moleculares de HbS foi determinada por EM (BRIEHL, R. W. (1978), mostrando a estrutura de fibras (microtúbulos, μ T) formadas por 14-16 moléculas de hemoglobina. A formação de domínios também foi observada dentro de eritrócitos em estado avançado de gelificação. A cinética da formação de microtúbulos e domínios não foi explicada em detalhes (BRIEHL, R. W. 1978); (BRITTENHAM, G. M.; SCHECHTER, A. N.; NOGUCHI, C. T. 1985); (CHEETHAM, R. C.; HUEHNS, E. R.; ROSEMEYER, M. A. 1979) (HAN, J.; J. HERZFELD. 1998); (NOGUCHI, C. T.; SCHECHTER, A. N. 1981); (SERJEANT, G. R. 1994); (SCHECHTER, A. N.; RODGERS E G.P. 1995); (SUNSHINE, H. R.; HOFRICHTER, J.; EATON, W. A. 1978 .

Os mecanismos moleculares de polimerização e despolimerização desempenham papel importante na interpretação da fisiopatologia da doença e na seleção de estratégias terapêuticas a serem seguidas (BENESCH, R. E.; BENESCH, R.; EDALJI, R.; KWONG, S, 1978); (BRIEHL, R. W. 1978); (BRITTENHAM, G. M.; SCHECHTER, A. N.; NOGUCHI, C. T. 1985). Diferentes mecanismos e modelos têm sido propostos (BRIEHL, R. W. 1978); (BRITTENHAM, G. M.; SCHECHTER, A. N.; NOGUCHI, C. T. 1985), que permitem a interpretação de inúmeros fenômenos.