
Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Estatística

Gráficos de controle para variáveis aleatórias positivas contínuas
inflacionadas em zero

Gislânia Cecília Sampaio Severiano

Dezembro/2021

Gislânia Cecilia Sampaio Severiano

**Gráficos de controle para variáveis aleatórias positivas contínuas
inflacionadas no zero**

Monografia apresentada ao Curso de Bacharelado em Estatística da Universidade Federal da Paraíba como requisito fundamental para obtenção do Grau de Bacharel em estatística.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Medeiros de Araújo Lima Filho

**João Pessoa
Dezembro de 2021**

Gislânia Cecília Sampaio Severiano

**Gráficos de controle para variáveis aleatórias positivas contínuas
inflacionadas em zero**

Monografia apresentada ao Curso de Bacharelado em Estatística da Universidade Federal da Paraíba como requisito fundamental para obtenção do Grau de Bacharel em estatística.

Aprovado em ___ de _____ de _____

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Luiz Medeiros de Araújo Lima Filho - Orientador
Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Portela Ferreira - Examinador
Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dra. Tatiene Correia de Souza - Examinador
Universidade Federal da Paraíba

Este trabalho é dedicado a ...

*A Deus, por tudo. Aos meus pais, Gilvan e Marlene.
Aos meus irmãos, Guibson e Gabriel. Ao meu namorado, Evandro. Aos demais familiares e amigos, que direta ou indiretamente contribuíram para o meu progresso até aqui.*

Agradecimentos

Aos meus pais por sempre me apoiarem e orientarem em todas as decisões importantes que tomei. Vocês são meu tesouro e exemplos vivos de amor e união.

Ao meu namorado Evandro, por sempre me incentivar desde o início, por sempre estar do meu lado e me apoiar nos momentos difíceis.

A todos os meus familiares, que direta ou indiretamente contribuíram para o meu progresso até aqui.

A todos os meus amigos de curso, por me acompanharem nessa difícil caminhada e por sempre me apoiarem.

Aos professores do Departamento de Estatística da UFPB que desde o início nos deram suporte em tudo.

Ao Prof. Luiz, que talvez nem imagine o quanto me ajudou, principalmente neste percurso final. Muito obrigada por me orientar e por me corrigir quando necessário.

“Não vos amoldeis às estruturas deste mundo, mas transformai-vos pela renovação da mente, a fim de distinguir qual é a vontade de Deus: o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.

— Bíblia Sagrada, Salmos 12, 2

Controle Estatístico de Processos (CEP) é um conjunto de ferramentas de monitoramento da qualidade, que busca reduzir a variabilidade do processo a fim de aumentar a qualidade do produto e reduzir os custos. Gráfico de controle é uma das ferramentas mais utilizadas no CEP, permitindo a investigação detalhada dos pontos críticos de controle e identificando possíveis não conformidades. Na área de CEP é comum o interesse em monitorar características da qualidade que são variáveis aleatórias contínuas, tais como: comprimento, peso, volume, etc. Entretanto, em algumas situações a característica da qualidade assume o valor zero com probabilidade positiva, tais como: índice pluviométrico, medidas de risco, etc. Quando isso acontece, os gráficos de controle tradicionais não são mais adequados. O objetivo deste trabalho é propor gráficos de controle do tipo Shewhart considerando as distribuições gamma inflacionada em zero (ZAGA) e inversa Gaussiana inflacionada em zero (ZAIG). Os gráficos de controle propostos são avaliados considerando duas abordagens: monitoramento de medidas individuais ($n = 1$) e monitoramento da média ($n > 1$), em que o n é o tamanho da amostra. Para a segunda abordagem, dois estimadores serão utilizados para monitorar a média da característica da qualidade, a saber: método dos momentos e máxima verossimilhança. Os gráficos de controle são avaliados de duas formas, a saber: comparados em termos de comprimento da sequência (RL - *run length*) considerando o processo em controle e fora de controle, bem como considerando a ZAGA como a distribuição verdadeira e utilizando equivocadamente os limites de controle da distribuição ZAIG e vice-versa. Duas aplicações foram consideradas, com dados reais e dados simulados, para demonstrar a aplicabilidade dos gráficos de controle propostos.

Palavras-chave: Gráficos de controle, distribuições inflacionadas, Shewhart, ZAGA, ZAIG.

Abstract

The Statistical Process Control (SPC) is a set of quality monitoring tools, that seeks to reduce variability of the process aiming to increase the quality of the product and reduce costs. Control Charts is one of the most used tools in SPC, allowing the detailed investigation of the critical control points and possible non-compliance. In the SPC area is common the interest in monitoring quality characteristics which are continuous random variables, for example: length, weight, volume, etc. However, in some situations the quality characteristics assumes the valor of zero with positive probability, for instance: rainfall index, risk measures, etc. When this occurs, the traditional control charts are no longer suitable. The aim of this research is to propose Shewhart type control charts considering the zero inflated gamma (ZAGA) and the zero inflated inverse Gaussian (ZAIG). The proposed control chart are evaluated considering two approaches: monitoring of individual measures ($n = 1$) and average monitoring ($n > 1$), where n is the sample size. For the second approaches, two estimators will be used to monitor the average of the quality character, to know: method of moments and maximum likelihood. The control charts are evaluated in two ways, to know: compared in terms of run length (RL) considering the process in control and out of control, as well considering ZAGA as the real distribution and misusing the ZAIG distribution control limits and vice versa. Two Applications were considered, with real data and simulated data, to demonstrate the applicability of the proposed control charts.

Keywords: Control charts, Inflated distributions, Shewhart, ZAGA, ZAIG

Lista de Ilustrações	vii
Lista de Tabelas	ix
1 Introdução	1
1.1 Organização	3
2 Distribuições ZAGA e ZAIG	4
2.1 Distribuições contínuas inflacionadas em zero	5
2.1.1 Distribuição ZAGA	5
2.1.2 Distribuição ZAIG	7
3 Gráficos de Controle	8
4 Gráficos de controle propostos	12
4.1 Gráficos de controle para medidas individuais	12
4.2 Gráficos de controle para a média	13
4.2.1 Método de máxima verossimilhança	15
4.2.2 Método dos Momentos	17
5 Avaliação Numérica	18
6 Aplicação	34
6.1 Gráfico de controle para medidas individuais	34
6.2 Gráfico de controle para média	36
7 Conclusões	38

Lista de Figuras

- 6.1 Gráfico dos limites de controle com base na ZAGA, considerando $\alpha = 0,0027$. 35
- 6.2 Gráfico dos limites de controle com base na ZAIG, considerando $\alpha = 0,0027$. 37

Lista de Tabelas

5.1	Performance, em termos de ARL, MRL e SDRL, dos gráficos de controle considerando medidas individuais.	21
5.2	Performance, em termos de ARL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 1.	22
5.3	Performance, em termos de ARL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 2.	23
5.4	Performance, em termos de ARL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 3.	24
5.5	Performance, em termos de ARL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 4.	25
5.6	Performance, em termos de MRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 1.	26
5.7	Performance, em termos de MRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 2.	27
5.8	Performance, em termos de MRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 3.	28
5.9	Performance, em termos de MRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 4.	29
5.10	Performance, em termos de SDRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 1.	30
5.11	Performance, em termos de SDRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 2.	31
5.12	Performance, em termos de SDRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 3.	32
5.13	Performance, em termos de SDRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 4.	33

6.1	Estimação dos parâmetros e p-valor do teste de Kolmogorov-Smirnov dos dados de índice pluviométrico	35
6.2	Performance, em termos de ARL, MRL e SDRL, do gráfico de controle considerando medidas individuais e os dados de índice pluviométrico. . . .	36
6.3	Estimação dos parâmetros e p-valor do teste de Kolmogorov-Smirnov dos dados da simulação	36
6.4	Performance, em termos de ARL, MRL e SDRL, dos gráficos de controle considerando a média e os dados simulados.	37

CAPÍTULO 1

Introdução

Controle Estatístico de Processos (CEP) fornece técnicas estatísticas para monitorar e melhorar a produção para que se identifique mudanças na característica da qualidade antes que um grande número de itens defeituosos sejam produzidos e garantir um melhor padrão de qualidade do processo. As ferramentas mais utilizadas são: histograma; folha de controle; gráfico de Pareto; diagrama de causa e efeito (Ishikawa); diagrama de concentração de defeitos; diagrama de dispersão e gráfico de controle (MONTGOMERY, 2017). Os principais benefícios de CEP são: redução dos custos, padronização dos processos e estabilidade do processo, rápida identificação de falhas, redução de perdas, melhora de qualidade e redução de erros.

A ferramenta mais utilizada no CEP são os gráficos de controle, os quais também podem ser utilizados para estimar os parâmetros de um processo de produção e, através dessa informação, determinar a capacidade do processo. O objetivo do CEP é a eliminação da variabilidade do processo, entretanto, é possível que a variabilidade não seja totalmente eliminada. Apesar disso, o gráfico de controle é uma ferramenta eficaz para a redução da variabilidade (MONTGOMERY, 2017).

No monitoramento de características da qualidade, a variabilidade pode ser descrita em dois tipos de causas: comuns e atribuíveis. Segundo Montgomery (2017) , "Causas comuns são fontes de variabilidade que são embutidas no sistema ou no próprio processo, enquanto causas atribuíveis usualmente surgem de uma fonte externa. A remoção de uma causa comum de variabilidade usualmente significa mudança no processo, enquanto a remoção de uma causa atribuível envolve a eliminação daquele problema específico."

Na literatura, há uma abundância de estudos referentes a gráficos de controle quando a característica da qualidade assume valores contínuos positivos. Recentemente, por exemplo, podemos citar Huang, Wang e Yeh (2015) que propuseram gráficos de controle baseados na média da distribuição Log Normal. Gráficos de controle para percentis considerando a distribuição exponencial generalizada foi proposto por Chiang et al. (2017). Fernandes, Ho e Bourguignon (2019) apresentaram gráfico de controle para monitorar a média da Weibull, baseada na reparametrização da distribuição Weibull. Gráficos de controle para monitorar a mediana do parâmetro da distribuição Birnbaum-Saunders foi proposto por Bourguignon, Ho e Fernandes (2020). Gráfico de controle Kumaraswamy para monitoramento de dados ambientais de duplo limite foi proposto por Lima-Filho e Bayer (2021).

As distribuições gamma e inversa Gaussiana são famílias de distribuições contínuas de probabilidade, assimétricas, que possuem dois parâmetros. Na literatura, há vários estudos de gráficos de controle utilizando essas distribuições. Por exemplo, gráficos de controle considerando a distribuição inversa Gaussiana para o monitoramento da variabilidade do processo foi proposto por Sim (2003). Zhang et al. (2007) apresentaram gráficos de controle seguindo uma distribuição gamma que monitora o tempo até o r -ésimo evento. Gráfico de controle para a distribuição gamma usando amostragem de vários estados dependentes foi proposta por Aslam, Arif e Jun (2017).

Em algumas situações, a característica da qualidade assume o valor zero com probabilidade positiva. Nesses casos, os gráficos de controle citados anteriormente não são mais adequados. Assim, uma boa alternativa é adotar uma distribuição mista, ou seja, uma distribuição contínua no conjunto dos números reais positivos e que assume o valor zero com probabilidade positiva.

O tema proposto neste trabalho tem sua relevância fundamentada no fato das distribuições inflacionadas no zero permitirem a inclusão de uma característica de qualidade que assume o valor zero. Ademais, na literatura do CEP existem poucos estudos que consideram distribuições inflacionadas. Por exemplo, Katemee e Mayuresawan (2012) propuseram gráficos de controle para modelos de Poisson inflacionado em zero. Gráficos de controle beta inflacionado para monitorar processo duplamente limitado foi proposto por Lima-Filho et al. (2019). Entretanto, nenhum trabalho que aborda uma variável contínua positiva inflacionada foi encontrado.

Este trabalho tem como objetivo propor gráficos de controle do tipo Shewhart para monitorar características da qualidade que seguem as distribuições ZAGA e ZAIG. Aqui, consideramos duas abordagens: monitoramento de medidas individuais ($n = 1$) e monitoramento da média da característica de qualidade ($n > 1$), em que o n é o tamanho da

amostra. Para monitorar a média da característica de qualidade, os limites de controle foram determinados pela distribuição empírica baseada em dois métodos de estimação: método dos momentos e máxima verossimilhança. O desempenho dos gráficos de controle são avaliados pelo comprimento médio da sequência (*average run length* - ARL), comprimento mediano da sequência (*median run length* - MRL) e desvio padrão do comprimento médio da sequência (*standard deviation run length* - SDRL) considerando o processo em controle e fora de controle, bem como considerando a ZAGA como a distribuição verdadeira e utilizando equivocadamente os limites de controle da distribuição ZAIG e vice-versa.

1.1 Organização

Além deste Capítulo de introdução, este trabalho é composto por mais seis capítulos, como segue:

- No Capítulo 2 são apresentadas as distribuições inflacionadas em zero (ZAGA e ZAIG).
- No Capítulo 3 são apresentadas aos gráficos de controle.
- Os gráficos de controle propostos são apresentados no Capítulo 4.
- No Capítulo 5 os resultados numéricos são apresentados e discutidos.
- No Capítulo 6, para evidenciar a aplicabilidade dos gráficos propostos, aplicações com dados reais e dados simulados são realizados.
- Por fim, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões deste trabalho.

Distribuições ZAGA e ZAIG

Em muitas situações é comum nos depararmos com variáveis aleatórias discretas ou contínuas. Porém, podemos lidar com variáveis aleatórias que podem assumir tanto valores discretos quanto valores contínuos em um determinado intervalo. Essas variáveis aleatórias são conhecidas como variáveis aleatórias mistas. Para trabalhar com variáveis aleatórias mistas, que assumem valor zero com probabilidade positiva, é necessário metodologias que levem em conta suas peculiaridades. Uma metodologia eficaz é a mistura entre duas distribuições, uma distribuição degenerada no zero e uma distribuição contínua. A mistura entre as duas distribuições dão origem às distribuições inflacionados em zero (RODRIGUES, 2016).

Neste trabalho, o interesse consiste em avaliar casos em que a variável apresenta uma distribuição contínua no conjunto dos números reais positivos e assume o valor zero com probabilidade positiva, ou seja, uma distribuição degenerada no zero e uma distribuição contínua. A seguir, as distribuições gamma e inversa Gaussiana inflacionados em zero são apresentadas.

2.1 Distribuições contínuas inflacionadas em zero

Distribuições contínuas inflacionadas em zero são distribuições nos quais a variável apresenta uma distribuição contínua com suporte nos reais positivos e assume o valor zero com probabilidade positiva. A definição de distribuições contínuas inflacionadas no zero pode ser dada da seguinte forma:

Definição 1. *Seja Y uma variável aleatória com suporte em $\{0\} \cup (0, \infty)$. Dizemos que Y pertence a classe de distribuições contínuas positivas triparmétrica inflacionadas no zero com vetor de parâmetro (ρ, μ, σ) , se sua função densidade de probabilidade é dada por: (RODRIGUES, 2016).*

$$g(y; \rho, \mu, \sigma) = \begin{cases} 0, & y < 0; \\ \rho, & y = 0; \\ (1 - \rho)f(y; \mu, \sigma), & y > 0, \end{cases} \quad (2.1)$$

em que ρ é a probabilidade de ocorrer o valor zero, ou seja, $\rho = P(Y = 0)$, $0 < \rho < 1$ e $f(y; \mu, \sigma)$ é a função densidade de probabilidade de uma distribuição contínua com parâmetros μ e σ e suporte em $(0, \infty)$.

Confome Rodrigues (2016), a função densidade de Y pode ser reescrita da seguinte forma:

$$g(y; \rho, \mu, \sigma) = \{\rho^{I_{(0)}(y)}(1 - \rho)^{(1 - I_{(0)}(y))}\} \{f(y; \mu, \sigma)^{(1 - I_{(0)}(y))}\}, \quad (2.2)$$

em que $I_{(0)}(y)$ é a variável indicadora que recebe valor 1, se $Y = 0$ e 0, se $Y \neq 0$. A função definida em (2.2) pode ser fatorada em dois termos: o primeiro depende apenas de ρ (distribuição degenerada em zero) e o segundo que depende de $(\mu; \sigma)$, em que, μ é a média da distribuição, σ é o parâmetro de dispersão e ρ é a probabilidade de ocorrer o valor zero.

Utilizamos como $f(y; \mu, \sigma)$, as funções densidade de probabilidade das distribuições gamma e inversa Gaussiana, definidas a seguir.

2.1.1 Distribuição ZAGA

A distribuição gamma inflacionada em zero é uma distribuição com três parâmetros (ρ, μ, σ) , e é uma extensão da distribuição gamma, com a inclusão do valor zero com

probabilidade positiva. Utilizamos a parametrização da distribuição gamma adotada por Stasinopoulos, Rigby e Akantziliotou (2008), utilizada no pacote *gamlss* do *software R*. A função densidade de probabilidade é dada por

$$f(y; a, b) = \frac{e^{\left(-\frac{y}{\sigma^2\mu}\right)} y^{\left(\frac{1}{\sigma^2}-1\right)}}{\Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)(\mu\sigma^2)^{\frac{1}{\sigma^2}}}, \quad (2.3)$$

em que, $y > 0$, $E(y) = \mu$ e $\text{Var}(y) = \sigma^2\mu^2$ são a média e a variância, $\mu > 0$ e $\sigma > 0$.

A mistura entre a distribuição degenerada em zero e a distribuição gamma dá origem a distribuição gamma inflacionada em zero e que pode ser definida da seguinte forma:

Definição 2. *Seja Y uma variável aleatória com suporte em $\{0\} \cup (0, \infty)$. Dizemos que Y tem distribuição gamma inflacionada no zero com vetor de parâmetros (ρ, μ, σ) se sua função densidade de probabilidade é dada pela equação (2.2) e no lugar da função densidade de probabilidade $f(y; \mu, \sigma)$ consideramos a função densidade de probabilidade da distribuição gamma definida na equação (2.3)*

A função de densidade da distribuição ZAGA é expressa da seguinte forma:

$$g(y; \rho, \mu, \sigma) = \left\{ \rho^{I_{(0)}(y)} (1 - \rho)^{(1-I_{(0)}(y))} \right\} \left\{ \left(\frac{e^{\left(-\frac{y}{\sigma^2\mu}\right)} y^{\left(\frac{1}{\sigma^2}-1\right)}}{\Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)(\mu\sigma^2)^{\frac{1}{\sigma^2}}} \right)^{(1-I_{(0)}(y))} \right\}. \quad (2.4)$$

A função de distribuição acumulada da distribuição ZAGA é obtida da seguinte forma:

$$F(y; \rho, \mu, \sigma) = \int_0^y \left\{ \rho^{I_{(0)}(y)} (1 - \rho)^{(1-I_{(0)}(y))} \right\} \left\{ \left(\frac{e^{\left(-\frac{y}{\sigma^2\mu}\right)} y^{\left(\frac{1}{\sigma^2}-1\right)}}{\Gamma\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)(\mu\sigma^2)^{\frac{1}{\sigma^2}}} \right)^{(1-I_{(0)}(y))} \right\} dy. \quad (2.5)$$

A esperança e a variância da variável aleatória y que segue distribuição ZAGA (STASINOPOULOS; RIGBY; AKANTZILIOTOU, 2008) são dadas por

$$\begin{aligned} E(y) &= (1 - \rho)\mu \\ \text{Var}(y) &= (1 - \rho)\mu^2(\rho + \sigma^2). \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.1.2 Distribuição ZAIG

A distribuição inversa Gaussiana inflacionada em zero é uma distribuição com três parâmetros (ρ, μ, σ) , e é uma extensão da distribuição inversa Gaussiana, com a inclusão do valor zero com probabilidade positiva. Utilizamos a parametrização da distribuição inversa Gaussiana adotada por Stasinopoulos, Rigby e Akantziotou (2008), utilizada no pacote *gamlss* do *software R*. A função densidade de probabilidade é dada por

$$f(y; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi y^3 \sigma^2}} e^{\left\{ -\frac{(y-\mu)^2}{2\mu^2 \sigma^2 y} \right\}}, \quad (2.7)$$

em que, $y > 0$, $E(y) = \mu$ e $\text{Var}(y) = \sigma^2 \mu^3$ são a média e a variância, $\mu > 0$ e $\sigma > 0$.

A mistura entre a distribuição degenerada em zero e a distribuição inversa Gaussiana dá origem a distribuição inversa Gaussiana inflacionada em zero e que pode ser definida da seguinte forma:

Definição 3. *Seja Y uma variável aleatória com suporte em $\{0\} \cup (0, \infty)$. Dizemos que Y tem distribuição inversa Gaussiana inflacionada no zero com vetor de parâmetros (ρ, μ, σ) se sua função densidade de probabilidade é dada pela equação (2.2) e no lugar da função densidade de probabilidade $f(y; \mu, \sigma)$ consideramos a função densidade de probabilidade da distribuição inversa Gaussiana definida na equação (2.7)*

A função de densidade da distribuição ZAIG é expressa da seguinte forma:

$$g(y; \rho, \mu, \sigma) = \left\{ \rho^{I_{(0)}(y)} (1 - \rho)^{(1 - I_{(0)}(y))} \right\} \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi y^3 \sigma^2}} e^{\left\{ -\frac{(y-\mu)^2}{2\mu^2 \sigma^2 y} \right\}} \right)^{(1 - I_{(0)}(y))} \right\}. \quad (2.8)$$

A função de distribuição acumulada da distribuição ZAIG é obtida da seguinte forma:

$$F(y; \rho, \mu, \sigma) = \int_0^y \left\{ \rho^{I_{(0)}(y)} (1 - \rho)^{(1 - I_{(0)}(y))} \right\} \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi y^3 \sigma^2}} e^{\left\{ -\frac{(y-\mu)^2}{2\mu^2 \sigma^2 y} \right\}} \right)^{(1 - I_{(0)}(y))} \right\} dy. \quad (2.9)$$

A esperança e a variância da variável aleatória y que segue distribuição ZAIG (STASINOPOULOS; RIGBY; AKANTZILIOTOU, 2008) são dadas por

$$\begin{aligned} E(y) &= (1 - \rho)\mu \\ \text{Var}(y) &= (1 - \rho)\mu^2(\rho + \mu\sigma^2). \end{aligned} \quad (2.10)$$

CAPÍTULO 3

Gráficos de Controle

Uma das principais ferramentas e umas das mais utilizadas em CEP são os gráficos de controle. O primeiro modelo de gráfico de controle foi desenvolvido por Shewhart (1931), do Bell Telephone Laboratories.

Segundo Montgomery (2017),

Um objetivo maior do controle estatístico de processos é detectar rapidamente a ocorrência de causas atribuíveis das mudanças do processo, de modo que a investigação do processo e a ação corretiva possam ser realizadas antes que muitas unidades não conformes sejam fabricadas. O gráfico de controle é uma das técnicas para monitoramento on-line do processo largamente usadas para esse propósito. Os gráficos de controle podem ser usados, também, para estimar os parâmetros de um processo de produção e, através dessa informação, determinar a capacidade do processo. O gráfico de controle pode ainda fornecer informação útil à melhoria do processo. Finalmente, lembre que o objetivo do controle estatístico de processos é a eliminação da variabilidade no processo. Pode não ser possível eliminar-se totalmente a variabilidade, mas o gráfico de controle é uma ferramenta eficaz para a redução dessa variabilidade, tanto quanto possível.

Um gráfico de controle é composto por uma linha central (LC) que representa, em geral, o valor médio da característica da qualidade, um limite superior (LSC) que está

localizado acima da linha central e um limite inferior (LIC) que está situado abaixo da linha central. Shewhart (1931) sugere considerar limites que ficam a uma distância de três desvios-padrão da média ou alvo do processo ($\mu \pm 3\sigma$). Se os pontos estão plotados entre os limites de controle, consideramos que o processo está sob controle. Contudo, um ponto traçado fora dos limites de controle indica que o processo está possivelmente fora de controle e são necessárias ações corretivas. A característica da qualidade pode ser expressa em termos de medidas numéricas, tais como, peso, volume, dimensão, etc. O gráfico de controle \bar{X} foi desenvolvido por Shewhart para monitorar a média de variáveis numéricas (MONTGOMERY, 2017).

A base estatística dos gráficos de controle é considerando que a característica da qualidade seja normalmente distribuída com média μ e desvio-padrão σ , em que ambos os valores μ e σ são conhecidos. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra de tamanho n . De acordo com Montgomery (2017) a média amostral é obtida da seguinte forma

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad (3.1)$$

Sendo \bar{X} normalmente distribuída com média μ e desvio padrão σ/\sqrt{n} . Além disso, há uma probabilidade de $1 - \alpha$ de qualquer média amostral estar entre os seguintes limites:

$$\mu \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (3.2)$$

em que, se μ e σ são conhecidos, podemos usar a expressão (3.2) para obter o LIC e LSC em um gráfico de controle para média amostral.

Na prática, μ e σ são desconhecidos e precisam ser estimados a partir de amostras ou subgrupos. Montgomery (2017) sugere que tais estimativas devem se basear em pelo menos 20 ou 25 amostras (m subgrupos) de tamanho n pequeno (4, 5 ou 6 cada).

Portanto, considerando o gráfico \bar{X} , sejam $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ as médias de cada um dos m subgrupos. O melhor estimador de μ , é a média geral, ou seja

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m}. \quad (3.3)$$

em que, $\bar{\bar{X}}$ deve ser usado como a linha central do gráfico \bar{X} .

Para a construção dos limites de controle, precisamos também de uma estimativa para sigma (σ), que pode ser estimado pelos desvios ou pelas amplitudes dos m subgrupos. Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra de tamanho n , a amplitude é a diferença entre a maior

e a menor observação, isto é

$$R = X_{max} - X_{min}. \quad (3.4)$$

Sejam R_1, R_2, \dots, R_m as amplitudes dos m subgrupos, a amplitude média é

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}. \quad (3.5)$$

As fórmulas para a construção dos limites de controle para o gráfico \bar{X} são apresentadas abaixo:

$$\begin{aligned} LSC &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}, \\ LC &= \bar{\bar{X}}, \\ LIC &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

em que, a constante A_2 pode ser encontrada na Tabela VI, página 524, do Apêndice do livro do Montgomery (2017). A construção do gráfico de controle \bar{X} utilizando o desvio-padrão como medida de variabilidade é feita de forma similar.

Em muitas situações, o tamanho de amostra para monitoramento do processo é $n = 1$. Por exemplo, uma taxa de produção muito lenta torna inconveniente acumular tamanhos amostrais $n > 1$, ou medidas de algum parâmetro diferem muito pouco e produzem um desvio padrão muito pequeno (MONTGOMERY, 2017). Desse modo, em tais situações, o gráfico de controle para medidas individuais é útil. A variabilidade do processo é estimada através da amplitude móvel, ou seja,

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}|, i = 1, \dots, n. \quad (3.7)$$

As fórmulas para a construção dos limites de controle para o gráfico para medidas individuais é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} LSC &= \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}, \\ LC &= \bar{\bar{X}}, \\ LIC &= \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

em que, a constante d_2 pode ser encontrada na Tabela VI, página 524, do Apêndice do livro do Montgomery (2017).

Para a aplicação dos gráficos de controle propostos, consideram-se duas fases, a saber: Fase I e Fase II. Na Fase I os gráficos de controle são utilizados para testar se o processo está sob controle, como também para estimar os parâmetros. Na Fase II, ocorre o monitoramento das observações futuras para testar se o processo permanece sob controle.

Gráficos de controle propostos

4.1 Gráficos de controle para medidas individuais

Os limites de controle superior e inferior dos gráficos de controle baseado na parametrização das distribuições ZAGA e ZAIG definidas em (2.3) e (2.7) considerando o processo sob controle e probabilidade de falso alarme α (erro tipo I), são obtidos por:

$$P(LIC \leq Y \leq LSC | \rho_0, \mu_0, \sigma_0) = 1 - \alpha, \quad (4.1)$$

em que ρ_0 , μ_0 e σ_0 são, respectivamente, a probabilidade de ocorrer o valor zero, a média da distribuição e o parâmetro de dispersão quando o processo está em controle e LIC e LSC são os limites de controle inferior e superior, respectivamente.

Quando os parâmetros são conhecidos, os limites do gráfico de controle são obtidos a partir da função quantílica das distribuições ZAGA e ZAIG, em que é definida como $\Psi(u | \rho, \mu, \alpha) = F^{-1}(u | \rho, \mu, \alpha)$, em que F^{-1} é o inverso da função de distribuição acumulada da ZAGA e ZAIG. Podemos, assim, obter os limites de controle para as distribuições gamma e inversa Gaussiana diretamente da função quantil da ZAGA e ZAIG da seguinte forma:

$$\begin{aligned} LIC &= \Psi(\alpha/2|\rho_0, \mu_0, \sigma_0), \\ LC &= (1 - \rho_0)\mu_0, \\ LSC &= \Psi(1 - \alpha/2|\rho_0, \mu_0, \sigma_0). \end{aligned}$$

Consideramos que o processo está sob controle quando os pontos estão plotados entre os limites de controle. Entretanto, um ponto fora dos limites de controle indica que o processo está possivelmente fora de controle e ações corretivas são necessárias.

Dado um processo fora de controle β (erro tipo II), o poder de detecção $(1 - \beta)$ dos gráficos de controle propostos são obtidos a partir de:

$$P(Y < LIC|\rho_0, \mu_1, \sigma_0) + Pr(Y > LSC|\rho_0, \mu_1, \sigma_0) = 1 - \beta, \quad (4.2)$$

em que $\mu_1 = \mu_0 \times \delta$ é a média fora de controle e δ representa a magnitude da mudança no valor médio.

Utilizando o pacote *gamlss* (STASINOPOULOS; RIGBY; AKANTZILIOTOU, 2008) do *software R* e utilizando a função quantil da ZAGA e ZAIG, os limites de controle considerando medidas individuais foram determinados.

4.2 Gráficos de controle para a média

Em muitas situações práticas, o tamanho do subgrupo é maior que 1 ($n > 1$). Assim, apresentamos um gráfico de controle para monitorar a média condicional da característica de qualidade por meio de dois métodos de estimação, a saber: máxima verossimilhança (MV) e método dos momentos (MM). Utilizamos a distribuição empírica para determinar os limites de controle com base nos dois estimadores.

Os limites de controle superior e inferior dos gráficos de controle baseado na parametrização das distribuições ZAGA e ZAIG definidas em (2.3) e (2.7) considerando o processo sob controle e probabilidade de falso alarme α (erro tipo I), são obtidos do seguinte modo:

$$P(\hat{\mu} < LIC|\rho_0, \mu_0, \sigma_0) = P(\hat{\mu} > LSC|\rho_0, \mu_0, \sigma_0) = \alpha/2, \quad (4.3)$$

em que $\hat{\mu} = \hat{\mu}_{ML}$ ou $\hat{\mu}_{MM}$, são, respectivamente, os estimadores obtidos, a partir dos métodos da máxima verossimilhança e dos momentos. Assim, o limite inferior e o limite superior dos gráficos de controle são respectivamente os quantis $q_{\alpha/2}$ e $q_{1-\alpha/2}$ da distri-

buição do estimador $\hat{\mu}$. Simulações de Monte Carlo foram realizadas para determinar os limites de controle empíricos para a média das distribuições ZAGA e ZAIG, utilizando o pacote *gamlss* do *R*.

Os limites de controle empíricos são obtidos da seguinte forma:

1. Gerar 10,000 subgrupos de tamanho n das distribuições ZAGA ou ZAIG;
2. Para cada subgrupo i , $i = 1, \dots, 10,000$ gerado, estimar a média considerando cada estimador $\hat{\mu}_j$, para $j = ML, MM$, considerando as distribuições ZAGA ou ZAIG;
3. Com base nas 10,000 replicas de cada estimador $\hat{\mu}_j$, a distribuição empírica (para cada estimador) é determinada e os quantis empíricos $q_{\alpha/2, \hat{\mu}_j}$ e $q_{1-\alpha/2, \hat{\mu}_j}$ são calculados.

Desse modo, os limites de controle propostos são dados por:

$$\begin{aligned} LIC &= q_{\alpha/2, \hat{\mu}_j}, \\ LC &= q_{\hat{\mu}_j}, \\ LSC &= q_{1-\alpha/2, \hat{\mu}_j}. \end{aligned} \tag{4.4}$$

O desempenho dos gráficos de controle para medidas individuais e para média são comparadas em termos de comprimento da sequência RL (*run-length*). Em que o ARL_1 (*average run length*), MRL_1 (*median run length*) e $SDRL_1$ (*standard deviation run length*) podem ser obtidas da seguinte forma:

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - P(q_{\alpha/2} < \hat{\mu} | \mu_1, \rho_0, \sigma_0 < q_{1-\alpha/2})}, \tag{4.5}$$

$$MRL_1 = \frac{\log 0.5}{\log(1 - P(q_{\alpha/2} < \hat{\mu} | \mu_1, \rho_0, \sigma_0 < q_{1-\alpha/2}))}, \tag{4.6}$$

$$SDRL_1 = \sqrt{\frac{1 - P(q_{\alpha/2} < \hat{\mu} | \mu_1, \rho_0, \sigma_0 < q_{1-\alpha/2})}{P(q_{\alpha/2} < \hat{\mu} | \mu_1, \rho_0, \sigma_0 < q_{1-\alpha/2})^2}}. \tag{4.7}$$

Quando $\delta = 0$ as medidas acima correspondem ao processo quando está sob controle.

4.2.1 Método de máxima verossimilhança

Considerando uma amostra aleatória $Y = (Y_1, \dots, Y_n)^T$ de um processo ZAGA ou ZAIG com valor observado $Y = (Y_1, \dots, Y_n)^T$. Seja $\Theta = (\rho, \mu, \sigma)$ o vetor de parâmetros de interesse.

Como citado anteriormente, a função definida em (2.2) pode ser fatorada em dois termos: o primeiro depende apenas de ρ e o segundo que depende de $(\mu; \sigma)$ e envolve apenas a parte contínua da variável. Portanto, o logaritmo da função de verossimilhança da distribuição ZAGA é obtido a partir da equação (2.4), e é dado por:

$$l_n(\theta) = \sum_{i=1}^n I_{(0)}(y_i) \ln(\rho_i) + \sum_{i=1}^n (1 - I_{(0)}(y_i)) \ln(1 - \rho_i) + \sum_{i=1}^n (1 - I_{(0)}(y_i)) - \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\sigma_i^2 \mu_i} + \left(\frac{1}{\sigma_i^2} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \ln(y_i) + n \ln \left(\Gamma \left(\frac{1}{\sigma_i^2} \right) \right) - \frac{n}{\sigma_i^2} \ln(\sigma_i^2) - \frac{n}{\sigma_i^2} \ln(\mu_i), \quad (4.8)$$

em que, o logaritmo da função de verossimilhança da distribuição ZAGA pode ser reescrita por:

$$l_n(\theta) = \sum_{i=1}^n I_{(0)}(y_i) \ln(\rho_i) + (1 - I_{(0)}(y_i)) \ln(1 - \rho_i) + \sum_{i=1; y_i \neq 0}^n \ln \left(\Gamma \left(\frac{1}{\sigma_i^2} \right) \right) + \left(\frac{1}{\sigma_i^2} - 1 \right) \ln(y_i) - \frac{1}{\sigma_i^2} \ln(\sigma_i^2) - \frac{1}{\sigma_i^2} \ln(\mu_i) - \frac{y_i}{\sigma_i^2 \mu_i}. \quad (4.9)$$

O logaritmo da função de verossimilhança da distribuição ZAIG é obtido a partir da equação (2.8), e é dado por:

$$l_n(\theta) = \sum_{i=1}^n I_{(0)}(y_i) \ln(\rho_i) + \sum_{i=1}^n (1 - I_{(0)}(y_i)) \ln(1 - \rho_i) + \sum_{i=1}^n (1 - I_{(0)}(y_i)) - n \ln(\sqrt{2\pi y_i^3}) - n \ln(\sigma_i) - \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mu_i)^2}{2y_i \mu_i^2 \sigma_i^2}, \quad (4.10)$$

em que, o logaritmo da função de verossimilhança da distribuição ZAIG pode ser reescrita por:

$$l_n(\theta) = \sum_{i=1}^n I_{(0)}(y_i) \ln(\rho_i) + (1 - I_{(0)}(y_i)) \ln(1 - \rho_i) + \sum_{i=1; y \neq 0}^n -\ln(\sqrt{2\pi y_i^3}) - \ln(\sigma_i) - \frac{(y_i - \mu_i)^2}{2y_i \mu_i^2 \sigma_i^2}. \quad (4.11)$$

O estimador de máxima verossimilhança (ML) $\hat{\theta}_{ML} = (\hat{\rho}_{ML}, \hat{\mu}_{ML}, \hat{\sigma}_{ML})$ de θ é obtido maximizando a função l_n ou resolvendo as equações de verossimilhança não linear obtidas da diferenciação em (4.9) e (4.11) A função escore é obtida derivando cada um dos componentes de θ , ou seja, $U(\theta) = (\partial l_n / \partial \rho, \partial l_n / \partial \mu, \partial l_n / \partial \sigma)^T$.

Em relação a distribuição ZAGA, temos que

$$\begin{aligned} \frac{\partial l_n}{\partial \rho} &= \sum_{i=1}^n \frac{I_{(0)}(y_i)}{\rho_i} - \frac{1 - I_{(0)}(y_i)}{1 - \rho_i}, \\ \frac{\partial l_n}{\partial \mu} &= \sum_{i=1; y \neq 0}^n -\frac{1}{\sigma_i^2 \mu_i^2} + \frac{y_i}{\sigma_i^2 \mu_i^2}, \\ \frac{\partial l_n}{\partial \sigma} &= \sum_{i=1; y \neq 0}^n \frac{1}{\Gamma(\frac{1}{\sigma_i^2})} \Gamma'(\frac{1}{\sigma_i^2}) - \frac{2}{\sigma_i^3} \ln(y_i) + \\ &\quad (\frac{1}{\sigma_i^2} - 1) \frac{1}{y_i} + \frac{2}{\sigma_i^3} \ln(\sigma_i^2) - \frac{2}{\sigma_i^3} + \frac{2y_i}{\sigma_i^3 \mu_i}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Em relação a distribuição ZAIG, temos que

$$\begin{aligned} \frac{\partial l_n}{\partial \rho} &= \sum_{i=1}^n \frac{I_{(0)}(y_i)}{\rho_i} - \frac{1 - I_{(0)}(y_i)}{1 - \rho_i}, \\ \frac{\partial l_n}{\partial \mu} &= \sum_{i=1; y \neq 0}^n \frac{(y_i - \mu_i)}{y_i \mu_i^2 \sigma_i^2}, \\ \frac{\partial l_n}{\partial \sigma} &= \sum_{i=1; y \neq 0}^n -\frac{1}{\sigma_i} + \frac{(y_i - \mu_i)^2}{y_i \mu_i^2 \sigma_i}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Os estimadores ML podem ser resolvidos a partir de $U(\theta) = 0$. Essas equações não tem expressão analítica e devem ser resolvidas a partir de métodos numéricos, como os algoritmos de Newton ou quase Newton.

4.2.2 Método dos Momentos

A partir da esperança e variância das distribuições ZAGA e ZAIG dadas em (2.7) e (2.11), os estimadores de μ e σ pelo método dos momentos para as distribuições ZAGA e ZAIG são dados, respectivamente por:

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_{MM} &= (1 - \rho)\bar{X}, \\ \hat{\sigma}_{MM} &= (1 - \rho)\bar{X}^2(\rho + s^2).\end{aligned}\tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_{MM} &= (1 - \rho)\bar{X}, \\ \hat{\sigma}_{MM} &= (1 - \rho)\bar{X}^2(\rho + \bar{X}s^2).\end{aligned}\tag{4.15}$$

em que, $\bar{X} = (1/n) \sum_{i=1}^n X_i$ e $s^2 = (n - 1) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

Avaliação Numérica

Considerando as distribuições ZAGA e ZAIG, o desempenho dos gráficos de controle para medidas individuais e para média são comparados através do ARL, MRL e SDRL considerando $\alpha = 0,0027$. Adicionalmente, comparamos a velocidade de detecção de mudanças se o limites de controle de uma determinada distribuição é usado incorretamente para monitorar a característica da qualidade de um modelo concorrente. Quando o processo está sob controle, é desejável que o número de alarmes falsos se aproxime do valor nominal, ou seja, $ARL_0 = 370$, $MRL_0 = 256,1$ e $SDRL_0 = 369,5$.

A Tabela 5.1 apresenta o desempenho dos gráficos de controle das distribuições ZAGA e ZAIG para o caso de medidas individuais e considerando uma perturbação para direita, uma vez que o LIC foi zero em todos os cenários avaliados. Os cenários de 1 a 4 correspondem a valores fixos de $\mu = 2$, $\sigma = (0.8, 0.6, 0.4, 0.2)$ e $\rho = (0.15, 0.2, 0.05, 0.1)$. Definindo como o processo em controle a média $\mu_0 = 2$ e fora de controle $\mu_1 = \mu_0 \times \delta$, onde $\delta = (1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5)$. Os resultados da simulação estão organizados em dois blocos, com cada bloco considerando o desempenho dos gráficos de controle (ZAGA e ZAIG), quando os limites de controle são usados corretamente em oposição à carta de controle concorrente. As colunas de 3 a 5 fornecem os resultados quando os limites de controle ZAGA são usados corretamente. Já as colunas de 6 a 8 mostram as métricas de desempenho quando os limites de controle do gráfico ZAIG está empregado incorretamente. Situação semelhante pode ser observada para o outro bloco.

Quando as distribuições verdadeiras são adotadas, nota-se que, ao aumentar o valor de δ , ocorre uma detecção mais rápida na mudança da característica da qualidade considerando as duas distribuições.

Considerando a distribuição ZAGA como verdadeira, podemos ver que o uso incorreto dos limites de controle da distribuição ZAIG leva a uma diminuição de falsos alarmes em todos os casos. Por exemplo, o uso equivocado dos limites de controle ZAIG no gráfico ZAGA produz $ARL_0 = 2110,47$, para $\delta = 1,0$ (caso 3). Por outro lado, quando consideramos a distribuição ZAIG como verdadeira, podemos ver que o uso incorreto dos limites de controle da distribuição ZAGA gera um aumento de falsos alarmes em todos os casos. Por exemplo, o uso equivocado dos limites de controle ZAGA no gráfico ZAIG produz $ARL_0 = 76,55$, para $\delta = 1,0$ (caso 2).

Agora, considere os gráficos de controle propostos para monitorar a média da distribuição ($n > 1$). Os resultados estão apresentados nas Tabelas 5.2 a 5.13, onde os cenários de 1 a 4 correspondem a valores fixos de $\mu = 2$, $\sigma = (0.8, 0.6, 0.4, 0.2)$ e $\rho = (0.15, 0.2, 0.05, 0.1)$. Definindo como o processo em controle a média $\mu_0 = 2$ e fora de controle $\mu_1 = \mu_0 \times \delta$, onde $\delta = (0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5)$. Consideramos tamanhos de amostras $n = (5, 10, 20, 40)$ e a perturbação para os dois lados (bilateral), uma vez que não tivemos o zero como LIC em nenhum cenário. Obtivemos valores negativos nos limites de controle inferior pois consideramos nas simulações a padronização das variáveis.

A performance, em termos de ARL, estão apresentadas nas Tabelas 5.2 a 5.5. Com base nisso, os gráficos de controle tiveram um bom desempenho para os casos em que a distribuição verdadeira é usada, para ambos os estimadores considerados \hat{M}_{ML} e \hat{M}_{MM} . Por exemplo, nota-se que, ao aumentar o valor de δ , gera uma rápida detecção na mudança da característica da qualidade em todos os cenários.

Na Tabela 5.3 ($\mu = 2, \sigma = 0.6, \rho = 0.2$), quando a distribuição ZAGA é verdadeira e usamos os limites de controle equivocadamente da distribuição ZAIG, considerando o método dos momentos, nota-se uma rápida detecção na mudança na característica da qualidade para todos os tamanhos de amostras. Por exemplo, o uso equivocado dos limites de controle ZAIG no gráfico ZAGA produz $ARL_1 = 14,56$, para $\delta = 1,3$ ($n = 10$). Entretanto, em relação ao estimador de máxima verossimilhança, nota-se que para todos os cenários e considerando tamanhos de amostras $n > 5$, as duas distribuições apresentam os mesmos valores de ARL. Por outro lado, quando usamos a distribuição ZAIG como verdadeira e os limites de controle usados incorretamente da distribuição ZAGA, nota-se que para o caso do estimador de método dos momentos, há uma grande demora em sinalizar mudanças na característica da qualidade. Por exemplo, o uso equivocado dos limites de controle ZAGA no gráfico ZAIG produz $ARL_1 = 1666,67$, para $\delta = 0,7$ ($n = 20$).

Contudo, considerando o estimador de máxima verossimilhança, observa-se que para todos os cenários e considerando tamanhos de amostras $n > 5$, as duas distribuições apresentam o mesmos valores de ARL. Além disso, nota-se que o estimador de máxima verossimilhança detecta mais rápido mudanças na característica da qualidade ($n > 5$). As Tabelas 5.2, 5.4 e 5.5 mostraram resultados semelhantes aos vistos na Tabela 5.3.

Adicionalmente, nota-se que o ARL_1 diminui consideravelmente a medida que o tamanho da amostra (n) aumenta, ou seja, o gráfico de controle consegue detectar mudanças mais rapidamente. Por exemplo, no cenário 3 (Tabela 5.4), considerando a distribuição ZAGA como verdadeira, o estimador ML, $\delta = 1,1$ e $n = 5$, o gráfico de controle leva 82 amostras em média para detectar uma mudança no processo, enquanto para $n = 40$, o gráfico de controle leva 13 amostras para detectar uma mudança de mesma magnitude.

As Tabelas 5.6 a 5.9 apresentam o desempenho dos gráficos de controle avaliados pelo MRL e as Tabelas de 5.10 a 5.13 o desempenho avaliados pelo SDRL. Os resultados do MRL e SDRL foram semelhantes ao do ARL.

O estimador ML, na maioria dos casos, detecta mais rápido uma mudança no processo. O estimador MM apresentou resultados inconsistentes com certa frequência, ou seja, quando o processo estava fora de controle o valor do ARL_1 se mostrou superior ao ARL_0 . Por exemplo, na Tabela 5.3 (cenário 2) e $n = 5$, considerando $\delta = 0,9$ o valor do $ARL_1 = 500$. Assim, diante do exposto, mesmo tendo uma maior complexidade, o estimador ML apresentou melhores resultados e se apresenta como uma boa alternativa para situações em que $n > 1$.

Tabela 5.1: Performance, em termos de ARL, MRL e SDRL, dos gráficos de controle considerando medidas individuais.

Caso	δ	Zaga Verdadeira			Zaig			Zaga			Zaig Verdadeira		
		ARL1	SDRL1	MRL1	ARL1	SDRL1	MRL1	ARL1	SDRL1	MRL1	ARL1	SDRL1	MRL1
1	1,0	370,37	369,87	256,37	464231,36	464230,86	321780,31	41,99	41,49	28,76	370,37	369,87	256,38
	1,1	204,69	204,19	141,54	130085,00	130084,50	90167,70	31,65	31,15	21,59	215,97	215,46	149,35
	1,2	125,29	124,79	86,50	45228,89	45228,39	31349,93	25,32	24,81	17,20	141,59	141,09	97,80
	1,3	82,93	82,42	57,13	18558,31	18557,81	12863,29	21,14	20,63	14,30	100,97	100,47	69,64
	1,4	58,35	57,85	40,10	8671,02	8670,52	6009,95	18,22	17,72	12,28	76,61	76,11	52,76
	1,5	43,11	42,61	29,53	4494,09	4493,59	3114,72	16,10	15,59	10,81	60,92	60,42	41,88
LI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LS	9,0104	9,0104	18,6179	18,6179	9,0104	18,6179	9,0104	18,6179	9,0104	18,6179	9,0104	18,6179	
2	1,0	370,37	369,87	256,37	9248,90	9248,40	6410,51	76,55	76,04	52,71	370,37	369,87	256,37
	1,1	184,05	183,55	127,23	3280,14	3279,64	2273,27	46,35	45,85	31,78	180,61	180,11	124,84
	1,2	103,86	103,36	71,64	1398,45	1397,95	968,99	31,48	30,98	21,47	103,87	103,37	71,65
	1,3	64,56	64,06	44,40	686,21	685,71	475,30	23,19	22,68	15,72	67,13	66,63	46,18
	1,4	43,26	42,76	29,64	375,74	375,24	260,10	18,12	17,61	12,21	47,24	46,74	32,40
	1,5	30,77	30,27	20,98	224,46	223,96	155,24	14,80	14,29	9,91	35,42	34,92	24,20
LI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LS	6,7357	6,7357	9,4474	9,4474	6,7357	9,4474	6,7357	9,4474	6,7357	9,4474	6,7357	9,4474	
3	1,0	370,37	369,87	256,37	2110,47	2109,97	1462,52	121,36	120,86	83,78	370,37	369,87	256,38
	1,1	144,94	144,44	100,12	664,52	664,02	460,27	53,55	53,04	36,77	136,58	136,08	94,32
	1,2	68,50	67,99	47,13	262,32	261,81	181,48	29,04	28,54	19,78	64,63	64,13	44,45
	1,3	37,30	36,80	25,51	122,82	122,32	84,79	18,17	17,66	12,24	36,36	35,85	24,85
	1,4	22,65	22,15	15,35	65,60	65,10	45,12	12,58	12,07	8,37	23,14	22,64	15,69
	1,5	14,98	14,47	10,03	38,85	38,35	26,58	9,39	8,87	6,15	16,13	15,62	10,83
LI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LS	4,9168	4,9168	5,7055	5,7055	4,9168	5,7055	4,9168	5,7055	4,9168	5,7055	4,9168	5,7055	
4	1,0	370,37	369,87	256,37	769,21	768,71	532,83	206,70	206,20	142,93	370,37	369,87	256,38
	1,1	78,42	77,92	54,01	141,74	141,24	97,90	47,06	46,56	32,27	74,12	73,62	51,03
	1,2	25,03	24,52	17,00	40,40	39,90	27,65	17,04	16,53	11,46	24,38	23,87	16,55
	1,3	10,77	10,25	7,11	15,83	15,32	10,62	8,37	7,85	5,45	11,13	10,62	7,36
	1,4	5,77	5,24	3,64	7,86	7,34	5,09	5,05	4,52	3,14	6,34	5,82	4,04
	1,5	3,64	3,10	2,16	4,65	4,12	2,86	3,50	2,96	2,06	4,21	3,68	2,56
LI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
LS	3,2737	3,2737	3,4032	3,4032	3,2737	3,4032	3,2737	3,4032	3,2737	3,4032	3,2737	3,4032	

Tabela 5.2: Performance, em termos de ARL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 1.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	86,21	43,29	1,86	43,29	Inf	142,86	400,00	142,86
0,6	149,25	90,09	2,55	90,09	Inf	208,33	384,62	208,33
0,7	232,56	181,82	3,49	181,82	Inf	243,90	370,37	243,90
0,8	312,50	250,00	5,00	250,00	Inf	370,37	500,00	370,37
0,9	384,62	357,14	6,94	344,83	Inf	370,37	357,14	370,37
1,0	370,37	370,37	8,58	333,33	10000,00	370,37	370,37	370,37
1,1	294,12	217,39	8,90	204,08	3333,33	416,67	270,27	416,67
1,2	129,87	121,95	9,77	111,11	3333,33	166,67	144,93	166,67
1,3	58,48	72,46	8,09	67,57	555,56	136,99	105,26	136,99
1,4	32,05	36,36	6,45	33,44	370,37	94,34	69,44	94,34
1,5	23,15	25,97	5,67	23,58	238,10	66,67	53,48	66,67
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	16,81	7,87	1,30	7,87	Inf	43,10	133,33	43,10
0,6	43,29	21,79	1,83	21,79	Inf	76,92	163,93	76,92
0,7	87,72	54,95	2,93	54,95	Inf	175,44	400,00	175,44
0,8	153,85	161,29	4,63	161,29	Inf	333,33	833,33	333,33
0,9	370,37	357,14	6,94	357,14	Inf	270,27	526,32	270,27
1,0	370,37	370,37	10,14	370,37	10000,00	370,37	370,37	370,37
1,1	100,00	138,89	10,52	138,89	Inf	212,77	322,58	212,77
1,2	47,62	69,93	9,00	69,93	5000,00	147,06	138,89	147,06
1,3	24,21	30,96	6,31	30,96	1250,00	94,34	87,72	94,34
1,4	13,05	16,89	4,55	16,89	344,83	48,54	46,08	48,54
1,5	8,03	9,32	3,38	9,32	172,41	33,11	30,96	33,11
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	3,96	1,83	1,05	1,83	Inf	7,71	11,48	7,71
0,6	13,11	4,60	1,29	4,60	Inf	25,97	34,48	25,97
0,7	47,62	15,27	1,99	15,27	Inf	59,52	75,19	59,52
0,8	208,33	64,52	3,64	64,52	Inf	232,56	243,90	232,56
0,9	526,32	188,68	6,80	188,68	Inf	263,16	270,27	263,16
1,0	370,37	370,37	12,33	370,37	Inf	370,37	370,37	370,37
1,1	147,06	103,09	13,55	103,09	5000,00	147,06	217,39	147,06
1,2	44,05	31,85	9,38	31,85	714,29	63,69	84,75	63,69
1,3	16,84	12,17	5,31	12,17	263,16	30,96	39,84	30,96
1,4	8,53	6,43	3,40	6,43	120,48	17,99	22,68	17,99
1,5	4,96	3,81	2,42	3,81	66,67	11,92	13,89	11,92
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	1,14	1,04	1,00	1,04	Inf	2,13	2,77	2,13
0,6	2,13	1,50	1,02	1,50	Inf	7,45	9,63	7,45
0,7	6,55	4,06	1,20	4,06	Inf	29,07	37,45	29,07
0,8	29,07	18,25	1,94	18,25	Inf	112,36	103,09	112,36
0,9	166,67	106,38	4,11	106,38	Inf	344,83	384,62	344,83
1,0	370,37	370,37	10,00	370,37	Inf	370,37	370,37	370,37
1,1	112,36	78,12	13,16	78,12	2500,00	129,87	135,14	129,87
1,2	20,92	15,46	6,46	15,46	270,27	32,68	34,48	32,68
1,3	7,08	5,52	3,19	5,52	94,34	16,78	16,37	16,78
1,4	3,50	2,82	2,02	2,82	42,37	9,18	9,62	9,18
1,5	2,20	1,79	1,49	1,79	20,66	5,67	5,95	5,67
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Tabela 5.3: Performance, em termos de ARL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 2.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	40,49	11,93	5,65	11,93	Inf	21,98	68,97	21,98
0,6	86,96	29,76	9,64	29,76	Inf	55,87	111,11	55,87
0,7	200,00	68,97	16,31	68,97	Inf	117,65	166,67	116,28
0,8	263,16	109,89	25,64	109,89	Inf	185,19	172,41	185,19
0,9	500,00	250,00	40,32	227,27	10000,00	277,78	196,08	250,00
1,0	370,37	370,37	49,26	294,12	2500,00	526,32	370,37	370,37
1,1	204,08	200,00	46,51	136,99	400,00	476,19	133,33	196,08
1,2	89,29	108,70	30,58	66,67	128,21	277,78	68,97	112,36
1,3	38,76	74,07	20,04	44,05	72,99	163,93	38,91	69,93
1,4	22,42	36,36	11,85	21,01	40,49	95,24	23,42	37,59
1,5	12,89	20,20	8,14	12,95	24,75	55,56	15,48	25,00
LI	-2,867	0,6148	-2,4566	0,6148	-2,8342	0,6182	-2,4284	0,6182
LS	2,9202	4,7143	2,5021	4,7143	4,1486	6,9425	3,5547	6,9425
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	13,85	2,66	2,66	2,66	3333,33	4,28	22,03	4,28
0,6	40,98	7,75	5,96	7,75	3333,33	16,47	57,80	16,47
0,7	88,50	23,36	12,14	23,36	5000,00	59,17	119,05	59,17
0,8	270,27	94,34	25,97	94,34	Inf	196,08	333,33	196,08
0,9	285,71	303,03	52,91	303,03	10000,00	370,37	303,03	370,37
1,0	370,37	370,37	87,72	370,37	2500,00	370,37	370,37	370,37
1,1	243,90	156,25	66,23	156,25	588,24	135,14	212,77	135,14
1,2	57,80	47,62	28,41	47,62	121,95	49,26	58,48	49,26
1,3	25,13	18,15	14,56	18,15	55,25	22,52	28,57	22,52
1,4	13,09	9,08	8,49	9,08	27,70	12,85	16,64	12,85
1,5	7,27	5,22	5,27	5,22	15,75	8,05	10,16	8,05
LI	-3,535	0,9206	-3,0289	0,9206	-3,574	0,8552	-3,0624	0,8552
LS	2,5926	3,5412	2,2214	3,5412	3,7381	4,1316	3,2029	4,1316
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	2,00	1,10	1,16	1,10	108,70	1,20	4,10	1,20
0,6	5,44	1,85	1,91	1,85	833,33	2,78	16,47	2,78
0,7	19,72	5,43	4,25	5,43	1666,67	10,38	62,89	10,38
0,8	69,44	22,52	11,17	22,52	Inf	47,62	192,31	47,62
0,9	192,31	114,94	29,15	114,94	10000,00	217,39	666,67	217,39
1,0	370,37	370,37	68,97	370,37	1428,57	370,37	370,37	370,37
1,1	90,09	84,75	42,37	84,75	166,67	68,97	86,21	68,97
1,2	23,53	17,21	15,15	17,21	45,87	25,45	27,40	25,45
1,3	9,16	6,60	6,78	6,60	17,89	10,31	11,98	10,31
1,4	4,52	3,20	3,55	3,20	8,94	5,73	6,58	5,73
1,5	2,97	2,09	2,47	2,09	5,15	3,50	3,98	3,50
LI	-4,0326	1,2085	-3,4553	1,2085	-4,3318	1,1249	-3,7116	1,1249
LS	1,8984	3,0011	1,6266	3,0011	2,6653	3,3548	2,2837	3,3548
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,03	1,00	1,00	1,00	2,41	1,00	1,07	1,00
0,6	1,54	1,05	1,08	1,05	15,55	1,15	2,02	1,15
0,7	4,39	1,79	1,70	1,79	131,58	2,78	7,47	2,78
0,8	20,00	7,56	4,56	7,56	1000,00	14,41	32,05	14,41
0,9	119,05	63,29	16,61	63,29	Inf	107,53	181,82	107,53
1,0	370,37	370,37	72,46	370,37	1250,00	370,37	370,37	370,37
1,1	66,67	41,15	38,91	41,15	119,05	37,74	66,67	37,74
1,2	13,09	8,22	9,83	8,22	28,17	10,34	17,33	10,34
1,3	4,60	2,91	3,80	2,91	9,08	4,33	6,88	4,33
1,4	2,40	1,63	2,12	1,63	4,49	2,45	3,58	2,45
1,5	1,61	1,22	1,49	1,22	2,82	1,74	2,38	1,74
LI	-4,6903	1,4144	-4,0188	1,4144	-4,9478	1,334	-4,2395	1,334
LS	1,3782	2,7005	1,1809	2,7005	2,1349	2,8666	1,8292	2,8666

Tabela 5.4: Performance, em termos de ARL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 3.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	7,10	1,57	3,77	1,57	31,45	1,39	11,34	1,39
0,6	23,81	3,88	11,51	3,88	109,89	3,96	39,68	3,96
0,7	64,52	12,09	29,76	12,09	250,00	14,56	104,17	14,56
0,8	149,25	51,81	82,64	51,81	500,00	68,49	217,39	68,49
0,9	344,83	192,31	178,57	192,31	833,33	238,10	400,00	238,10
1,0	370,37	370,37	204,08	370,37	588,24	370,37	370,37	370,37
1,1	81,30	81,97	57,80	81,97	113,64	97,09	76,92	97,09
1,2	23,87	22,99	17,76	22,99	32,68	26,67	24,75	26,67
1,3	9,91	9,64	7,84	9,64	14,01	12,09	11,38	12,09
1,4	5,15	4,88	4,29	4,88	7,58	6,67	6,23	6,67
1,5	3,15	3,00	2,78	3,00	4,66	4,25	4,03	4,25
LI	-3,1611	1,0513	-2,9542	1,0513	-3,1889	1,0708	-2,9801	1,0708
LS	2,8347	3,2111	2,6491	3,2111	3,3179	3,4705	3,1006	3,4705
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,16	1,02	1,08	1,02	1,37	1,00	1,14	1,00
0,6	2,31	1,35	1,77	1,35	4,74	1,29	2,76	1,29
0,7	7,92	3,36	4,99	3,36	23,15	3,57	11,38	3,57
0,8	31,35	15,62	17,70	15,62	98,04	17,92	47,39	17,92
0,9	144,93	105,26	68,97	105,26	416,67	119,05	185,19	119,05
1,0	370,37	370,37	192,31	370,37	769,23	370,37	370,37	370,37
1,1	53,76	64,52	40,00	64,52	83,33	61,73	58,48	61,73
1,2	12,64	13,99	9,77	13,99	18,87	15,77	14,35	15,77
1,3	4,66	4,66	3,95	4,66	7,14	5,97	5,80	5,97
1,4	2,52	2,38	2,24	2,38	3,71	3,11	3,22	3,11
1,5	1,74	1,62	1,61	1,62	2,50	2,16	2,27	2,16
LI	-3,1674	1,297	-2,96	1,297	-3,2421	1,2969	-3,0298	1,2969
LS	2,6917	2,8629	2,5155	2,8629	3,1103	2,9971	2,9066	2,9971
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,05	1,00	1,02	1,00	1,13	1,00	1,05	1,00
0,7	1,87	1,22	1,53	1,22	3,12	1,24	2,16	1,24
0,8	7,92	3,42	5,16	3,42	20,37	4,07	11,26	4,07
0,9	57,14	27,25	32,57	27,25	178,57	34,48	81,30	34,48
1,0	370,37	370,37	238,10	370,37	769,23	370,37	370,37	370,37
1,1	35,71	26,46	24,15	26,46	49,26	30,30	36,10	30,30
1,2	5,99	4,60	4,94	4,60	8,78	5,90	7,09	5,90
1,3	2,34	1,85	2,09	1,85	3,27	2,43	2,84	2,43
1,4	1,44	1,23	1,36	1,23	1,87	1,52	1,73	1,52
1,5	1,15	1,05	1,12	1,05	1,38	1,21	1,31	1,21
LI	-3,3222	1,515	-3,1047	1,515	-3,4406	1,4967	-3,2154	1,4967
LS	2,5641	2,57	2,3962	2,57	2,8858	2,6519	2,6969	2,6519
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,7	1,07	1,02	1,03	1,02	1,17	1,01	1,08	1,01
0,8	2,61	1,74	1,99	1,74	4,80	1,83	3,11	1,83
0,9	27,32	20,28	15,87	20,28	72,46	22,03	36,76	22,03
1,0	370,37	370,37	172,41	370,37	714,29	370,37	370,37	370,37
1,1	15,27	13,00	12,06	13,00	26,95	16,03	20,00	16,03
1,2	2,61	2,12	2,31	2,12	3,93	2,78	3,33	2,78
1,3	1,28	1,14	1,22	1,14	1,66	1,36	1,54	1,36
1,4	1,05	1,01	1,04	1,01	1,16	1,07	1,13	1,07
1,5	1,01	1,00	1,00	1,00	1,04	1,01	1,03	1,01
LI	-3,6574	1,613	-3,418	1,613	-3,7828	1,6049	-3,5352	1,6049
LS	2,3169	2,409	2,1652	2,409	2,6856	2,4618	2,5098	2,4618

Tabela 5.5: Performance, em termos de ARL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 4.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	11,09	1,00	10,37	1,00	13,83	1,00	13,26	1,00
0,6	30,12	1,03	27,25	1,03	48,08	1,01	42,37	1,01
0,7	108,70	1,66	102,04	1,66	149,25	1,42	140,85	1,42
0,8	144,93	8,05	136,99	8,05	185,19	6,94	166,67	6,94
0,9	434,78	82,64	357,14	82,64	714,29	72,99	666,67	72,99
1,0	370,37	370,37	312,50	333,33	400,00	384,62	370,37	370,37
1,1	39,37	57,47	38,61	50,51	42,02	55,25	40,49	50,51
1,2	6,96	8,03	6,84	7,48	8,25	8,15	8,15	7,67
1,3	2,82	2,67	2,79	2,58	3,36	3,05	3,33	2,95
1,4	1,90	1,47	1,89	1,44	2,14	1,70	2,12	1,67
1,5	1,52	1,13	1,52	1,12	1,64	1,26	1,63	1,25
LI	-4,1725	1,4305	-4,1477	1,4305	-4,2006	1,4546	-4,1757	1,4546
LS	1,7205	2,6717	1,7103	2,6717	1,8584	2,7109	1,8474	2,7109
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,07	1,00	1,06	1,00	1,04	1,00	1,04	1,00
0,6	2,40	1,00	2,32	1,00	2,53	1,00	2,42	1,00
0,7	9,25	1,01	8,87	1,01	10,41	1,00	9,80	1,00
0,8	37,59	1,63	35,34	1,63	41,67	1,55	39,06	1,55
0,9	140,85	13,89	129,87	13,89	149,25	14,37	138,89	14,37
1,0	370,37	370,37	333,33	370,37	416,67	370,37	370,37	370,37
1,1	20,79	13,93	20,37	13,93	23,04	14,47	22,52	14,47
1,2	4,03	2,18	3,96	2,18	4,44	2,43	4,39	2,43
1,3	1,94	1,16	1,94	1,16	2,08	1,27	2,06	1,27
1,4	1,39	1,02	1,39	1,02	1,46	1,05	1,45	1,05
1,5	1,18	1,00	1,18	1,00	1,23	1,01	1,23	1,01
LI	-4,1884	1,632	-4,1636	1,632	-4,1762	1,6368	-4,1514	1,6368
LS	1,5508	2,413	1,5416	2,413	1,62,4336	2,4336	1,6293	2,4336
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,01	1,00	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,7	1,67	1,00	1,63	1,00	1,71	1,00	1,67	1,00
0,8	8,02	1,05	7,65	1,05	8,71	1,04	8,29	1,04
0,9	53,76	5,20	51,02	5,20	59,17	5,30	56,50	5,30
1,0	370,37	370,37	357,14	370,37	384,62	370,37	370,37	370,37
1,1	11,26	4,95	11,07	4,95	12,09	5,85	11,92	5,85
1,2	2,41	1,19	2,40	1,19	2,56	1,31	2,55	1,31
1,3	1,34	1,00	1,33	1,00	1,38	1,02	1,38	1,02
1,4	1,10	1,00	1,10	1,00	1,12	1,00	1,12	1,00
1,5	1,03	1,00	1,03	1,00	1,04	1,00	1,03	1,00
LI	-4,4552	1,7243	-4,4288	1,7243	-4,4549	1,7258	-4,4285	1,7258
LS	1,3085	2,288	1,3008	2,288	1,372	2,3067	1,3639	2,3067
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,7	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,8	2,00	1,00	1,94	1,00	2,09	1,00	2,02	1,00
0,9	21,79	1,96	19,92	1,96	24,27	1,91	22,68	1,91
1,0	370,37	370,37	312,50	370,37	416,67	370,37	370,37	370,37
1,1	6,94	2,17	6,87	2,17	7,17	2,42	7,13	2,42
1,2	1,51	1,01	1,51	1,01	1,56	1,02	1,56	1,02
1,3	1,07	1,00	1,07	1,00	1,08	1,00	1,08	1,00
1,4	1,01	1,00	1,01	1,00	1,01	1,00	1,01	1,00
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
LI	-4,9611	1,8017	-4,9317	1,8017	-4,9667	1,803	-4,9372	1,803
LS	0,9815	2,2068	0,9757	2,2068	1,0234	2,2159	1,0174	2,2159

Tabela 5.6: Performance, em termos de MRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 1.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	59,41	29,66	1,00	29,66	-Inf	98,67	276,91	98,67
0,6	103,11	62,10	1,39	62,10	-Inf	144,06	266,25	144,06
0,7	160,85	125,68	2,05	125,68	-Inf	168,71	256,37	168,71
0,8	216,26	172,94	3,11	172,94	-Inf	256,37	346,23	256,37
0,9	266,25	247,21	4,45	238,67	-Inf	256,37	247,21	256,37
1,0	256,37	256,37	5,60	230,70	6931,13	256,37	256,37	256,37
1,1	203,52	150,34	5,82	141,11	2310,14	288,46	186,99	288,46
1,2	89,67	84,18	6,42	76,67	2310,14	115,18	100,11	115,18
1,3	40,19	49,88	5,25	46,49	384,74	94,60	72,62	94,60
1,4	21,87	24,86	4,11	22,83	256,37	65,04	47,79	65,04
1,5	15,70	17,65	3,57	16,00	164,69	45,86	36,72	45,86
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	11,30	5,10	1,00	5,10	-Inf	29,53	92,07	29,53
0,6	29,66	14,75	1,00	14,75	-Inf	52,97	113,28	52,97
0,7	60,46	37,74	1,66	37,74	-Inf	121,26	276,91	121,26
0,8	106,29	111,45	2,85	111,45	-Inf	230,70	577,28	230,70
0,9	256,37	247,21	4,46	247,21	-Inf	186,99	364,47	186,99
1,0	256,37	256,37	6,68	256,37	6931,13	256,37	256,37	256,37
1,1	68,97	95,92	6,94	95,92	-Inf	147,13	223,25	147,13
1,2	32,66	48,12	5,89	48,12	3465,39	101,59	95,92	101,59
1,3	16,43	21,11	4,02	21,11	866,09	65,04	60,46	65,04
1,4	8,70	11,36	2,80	11,36	238,67	33,30	31,59	33,30
1,5	5,21	6,11	1,97	6,11	119,16	22,60	21,11	22,60
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	2,38	1,00	1,00	1,00	-Inf	4,99	7,61	4,99
0,6	8,73	2,82	1,00	2,82	-Inf	17,65	23,55	17,65
0,7	32,66	10,23	1,00	10,23	-Inf	40,91	51,77	40,91
0,8	144,06	44,37	2,16	44,37	-Inf	160,85	168,71	160,85
0,9	364,47	130,44	4,36	130,44	-Inf	182,06	186,99	182,06
1,0	256,37	256,37	8,20	256,37	-Inf	256,37	256,37	256,37
1,1	101,59	71,11	9,04	71,11	3465,39	101,59	150,34	101,59
1,2	30,19	21,73	6,15	21,73	494,76	43,80	58,39	43,80
1,3	11,32	8,08	3,32	8,08	182,06	21,11	27,27	21,11
1,4	5,56	4,10	1,99	4,10	83,16	12,12	15,37	12,12
1,5	3,08	2,28	1,30	2,28	45,86	7,91	9,28	7,91
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	-Inf	1,09	1,55	1,09
0,6	1,09	1,00	1,00	1,00	-Inf	4,81	6,32	4,81
0,7	4,18	2,45	1,00	2,45	-Inf	19,80	25,61	19,80
0,8	19,80	12,30	1,00	12,30	-Inf	77,53	71,11	77,53
0,9	115,18	73,39	2,49	73,39	-Inf	238,67	266,25	238,67
1,0	256,37	256,37	6,58	256,37	-Inf	256,37	256,37	256,37
1,1	77,53	53,80	8,77	53,80	1732,52	89,67	93,32	89,67
1,2	14,15	10,36	4,12	10,36	186,99	22,30	23,55	22,30
1,3	4,55	3,47	1,85	3,47	65,04	11,28	10,99	11,28
1,4	2,06	1,59	1,01	1,59	29,02	6,01	6,32	6,01
1,5	1,14	1,00	1,00	1,00	13,97	3,57	3,77	3,57
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Tabela 5.7: Performance, em termos de MRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 2.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	27,71	7,92	3,56	7,92	-Inf	14,88	47,46	14,88
0,6	59,93	20,28	6,33	20,28	-Inf	38,38	76,67	38,38
0,7	138,28	47,46	10,96	47,46	-Inf	81,20	115,18	80,25
0,8	182,06	75,82	17,42	75,82	-Inf	128,01	119,16	128,01
0,9	346,23	172,94	27,60	157,19	6931,13	192,19	135,56	172,94
1,0	256,37	256,37	33,80	203,52	1732,52	364,47	256,37	256,37
1,1	141,11	138,28	31,89	94,60	276,91	329,72	92,07	135,56
1,2	61,54	74,99	20,85	45,86	88,52	192,19	47,46	77,53
1,3	26,52	51,00	13,54	30,19	50,25	113,28	26,62	48,12
1,4	15,19	24,86	7,86	14,21	27,71	65,67	15,88	25,71
1,5	8,58	13,65	5,29	8,63	16,81	38,16	10,38	16,98
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	9,25	1,47	1,47	1,47	2310,14	2,60	14,92	2,60
0,6	28,06	5,01	3,78	5,01	2310,14	11,07	39,72	11,07
0,7	60,99	15,85	8,06	15,85	3465,39	40,67	82,17	40,67
0,8	186,99	65,04	17,65	65,04	-Inf	135,56	230,70	135,56
0,9	197,70	209,70	36,33	209,70	6931,13	256,37	209,70	256,37
1,0	256,37	256,37	60,46	256,37	1732,52	256,37	256,37	256,37
1,1	168,71	107,96	45,56	107,96	407,39	93,32	147,13	93,32
1,2	39,72	32,66	19,34	32,66	84,18	33,80	40,19	33,80
1,3	17,07	12,23	9,74	12,23	37,95	15,26	19,46	15,26
1,4	8,72	5,94	5,53	5,94	18,85	8,56	11,18	8,56
1,5	4,69	3,26	3,30	3,26	10,57	5,22	6,69	5,22
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	74,99	1,00	2,48	1,00
0,6	3,41	1,00	1,00	1,00	577,28	1,56	11,07	1,56
0,7	13,32	3,41	2,58	3,41	1154,90	6,85	43,25	6,85
0,8	47,79	15,26	7,39	15,26	-Inf	32,66	132,95	32,66
0,9	132,95	79,33	19,86	79,33	6931,13	150,34	461,75	150,34
1,0	256,37	256,37	47,46	256,37	989,86	256,37	256,37	256,37
1,1	62,10	58,39	29,02	58,39	115,18	47,46	59,41	47,46
1,2	15,96	11,58	10,15	11,58	31,45	17,29	18,64	17,29
1,3	5,99	4,22	4,34	4,22	12,05	6,79	7,95	6,79
1,4	2,77	1,85	2,09	1,85	5,85	3,61	4,20	3,61
1,5	1,69	1,06	1,34	1,06	3,21	2,06	2,39	2,06
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,29	1,00	1,00	1,00
0,6	1,00	1,00	1,00	1,00	10,43	1,00	1,02	1,00
0,7	2,68	1,00	1,00	1,00	90,86	1,55	4,83	1,55
0,8	13,51	4,88	2,80	4,88	692,80	9,64	21,87	9,64
0,9	82,17	43,52	11,16	43,52	-Inf	74,18	125,68	74,18
1,0	256,37	256,37	49,88	256,37	866,09	256,37	256,37	256,37
1,1	45,86	28,18	26,62	28,18	82,17	25,81	45,86	25,81
1,2	8,72	5,34	6,46	5,34	19,18	6,82	11,66	6,82
1,3	2,82	1,64	2,27	1,64	5,94	2,64	4,41	2,64
1,4	1,29	1,00	1,09	1,00	2,75	1,32	2,12	1,32
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,58	1,00	1,27	1,00
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Tabela 5.8: Performance, em termos de MRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 3.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	4,57	1,00	2,25	1,00	21,45	1,00	7,51	1,00
0,6	16,15	2,32	7,62	2,32	75,82	2,38	27,16	2,38
0,7	44,37	8,03	20,28	8,03	172,94	9,74	71,86	9,74
0,8	103,11	35,57	56,94	35,57	346,23	47,13	150,34	47,13
0,9	238,67	132,95	123,43	132,95	577,28	164,69	276,91	164,69
1,0	256,37	256,37	141,11	256,37	407,39	256,37	256,37	256,37
1,1	56,01	56,47	39,72	56,47	78,42	66,95	52,97	66,95
1,2	16,19	15,59	11,96	15,59	22,30	18,14	16,81	18,14
1,3	6,52	6,33	5,08	6,33	9,36	8,03	7,53	8,03
1,4	3,21	3,02	2,61	3,02	4,90	4,27	3,96	4,27
1,5	1,81	1,71	1,55	1,71	2,87	2,58	2,43	2,58
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,22	1,00	1,00	1,00	2,93	1,00	1,54	1,00
0,7	5,13	1,96	3,10	1,96	15,70	2,11	7,53	2,11
0,8	21,38	10,48	11,92	10,48	67,61	12,07	32,50	12,07
0,9	100,11	72,62	47,46	72,62	288,46	82,17	128,01	82,17
1,0	256,37	256,37	132,95	256,37	532,84	256,37	256,37	256,37
1,1	36,92	44,37	27,38	44,37	57,41	42,44	40,19	42,44
1,2	8,41	9,34	6,42	9,34	12,73	10,58	9,59	10,58
1,3	2,87	2,87	2,37	2,87	4,60	3,78	3,66	3,78
1,4	1,37	1,27	1,17	1,27	2,21	1,78	1,86	1,78
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,36	1,12	1,19	1,12
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,79	1,00	1,11	1,00
0,8	5,13	2,00	3,22	2,00	13,77	2,46	7,45	2,46
0,9	39,26	18,54	22,23	18,54	123,43	23,55	56,01	23,55
1,0	256,37	256,37	164,69	256,37	532,84	256,37	256,37	256,37
1,1	24,41	17,99	16,39	17,99	33,80	20,66	24,68	20,66
1,2	3,79	2,82	3,07	2,82	5,73	3,73	4,56	3,73
1,3	1,24	1,00	1,06	1,00	1,90	1,31	1,60	1,31
1,4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,8	1,44	1,00	1,00	1,00	2,96	1,00	1,79	1,00
0,9	18,59	13,71	10,65	13,71	49,88	14,92	25,14	14,92
1,0	256,37	256,37	119,16	256,37	494,76	256,37	256,37	256,37
1,1	10,23	8,66	8,01	8,66	18,33	10,76	13,51	10,76
1,2	1,44	1,08	1,22	1,08	2,36	1,55	1,94	1,55
1,3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Tabela 5.9: Performance, em termos de MRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 4.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	7,33	1,00	6,84	1,00	9,24	1,00	8,84	1,00
0,6	20,53	1,00	18,54	1,00	32,981,00	1,00	29,02	1,00
0,7	74,99	1,00	70,38	1,00	103,11	1,00	97,28	1,00
0,8	100,11	5,23	94,60	5,23	128,01	4,46	115,18	4,46
0,9	301,02	56,94	247,21	56,94	494,76	50,25	461,75	50,25
1,0	256,37	256,37	216,26	230,70	276,91	266,25	256,37	256,37
1,1	26,94	39,49	26,41	34,66	28,78	37,95	27,71	34,66
1,2	4,47	5,21	4,38	4,83	5,37	5,29	5,29	4,96
1,3	1,58	1,47	1,56	1,41	1,96	1,75	1,94	1,67
1,4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,10	1,00	1,09	1,00
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,29	1,00	1,23	1,00	1,38	1,00	1,30	1,00
0,7	6,06	1,00	5,80	1,00	6,86	1,00	6,44	1,00
0,8	25,71	1,00	24,14	1,00	28,53	1,00	26,73	1,00
0,9	97,28	9,28	89,67	9,28	103,11	9,61	95,92	9,61
1,0	256,37	256,37	230,70	256,37	288,46	256,37	256,37	256,37
1,1	14,06	9,30	13,77	9,30	15,62	9,68	15,26	9,68
1,2	2,43	1,13	2,38	1,13	2,72	1,31	2,68	1,31
1,3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,06	1,00	1,05	1,00
1,4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,8	5,20	1,00	4,94	1,00	5,68	1,00	5,39	1,00
0,9	36,92	3,25	35,02	3,25	40,67	3,31	38,81	3,31
1,0	256,37	256,37	247,21	256,37	266,25	256,37	256,37	256,37
1,1	7,45	3,07	7,32	3,07	8,03	3,70	7,91	3,70
1,2	1,29	1,00	1,28	1,00	1,40	1,00	1,39	1,00
1,3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,06	1,00	1,01	1,00
0,9	14,75	1,00	13,46	1,00	16,47	1,00	15,37	1,00
1,0	256,37	256,37	216,26	256,37	288,46	256,37	256,37	256,37
1,1	4,46	1,12	4,41	1,12	4,62	1,30	4,59	1,30
1,2	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Tabela 5.10: Performance, em termos de SDRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 1.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	85,71	42,79	1,27	42,79	Inf	142,36	399,50	142,36
0,6	148,75	89,59	1,99	89,59	Inf	207,83	384,12	207,83
0,7	232,06	181,32	2,94	181,32	Inf	243,40	369,87	243,40
0,8	312,00	249,50	4,47	249,50	Inf	369,87	499,50	369,87
0,9	384,12	356,64	6,42	344,33	Inf	369,87	356,64	369,87
1,0	369,87	369,87	8,07	332,83	9999,50	369,87	369,87	369,87
1,1	293,62	216,89	8,39	203,58	3332,83	416,17	269,77	416,17
1,2	129,37	121,45	9,25	110,61	3332,83	166,17	144,43	166,17
1,3	57,98	71,96	7,57	67,07	555,06	136,49	104,76	136,49
1,4	31,55	35,86	5,93	32,94	369,87	93,84	68,94	93,84
1,5	22,64	25,47	5,14	23,08	237,59	66,16	52,97	66,16
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	16,30	7,35	0,63	7,35	Inf	42,60	132,83	42,60
0,6	42,79	21,28	1,23	21,28	Inf	76,42	163,43	76,42
0,7	87,22	54,44	2,38	54,44	Inf	174,94	399,50	174,94
0,8	153,35	160,79	4,10	160,79	Inf	332,83	832,83	332,83
0,9	369,87	356,64	6,43	356,64	Inf	269,77	525,82	269,77
1,0	369,87	369,87	9,63	369,87	9999,50	369,87	369,87	369,87
1,1	99,50	138,39	10,00	138,39	Inf	212,27	322,08	212,27
1,2	47,12	69,43	8,49	69,43	4999,50	146,56	138,39	146,56
1,3	23,71	30,46	5,79	30,46	1249,50	93,84	87,22	93,84
1,4	12,54	16,38	4,02	16,38	344,33	48,04	45,58	48,04
1,5	7,52	8,81	2,83	8,81	171,91	32,61	30,46	32,61
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	3,42	1,23	0,23	1,23	Inf	7,19	10,97	7,19
0,6	12,60	4,06	0,61	4,06	Inf	25,47	33,98	25,47
0,7	47,12	14,76	1,40	14,76	Inf	59,02	74,69	59,02
0,8	207,83	64,01	3,10	64,01	Inf	232,06	243,40	232,06
0,9	525,82	188,18	6,28	188,18	Inf	262,66	269,77	262,66
1,0	369,87	369,87	11,82	369,87	Inf	369,87	369,87	369,87
1,1	146,56	102,59	13,04	102,59	4999,50	146,56	216,89	146,56
1,2	43,55	31,34	8,87	31,34	713,79	63,19	84,24	63,19
1,3	16,33	11,65	4,78	11,65	262,66	30,46	39,34	30,46
1,4	8,01	5,91	2,86	5,91	119,98	17,48	22,17	17,48
1,5	4,43	3,27	1,85	3,27	66,16	11,41	13,38	11,41
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	0,40	0,19	0,01	0,19	Inf	1,55	2,22	1,55
0,6	1,55	0,87	0,14	0,87	Inf	6,93	9,12	6,93
0,7	6,03	3,52	0,49	3,52	Inf	28,57	36,95	28,57
0,8	28,57	17,74	1,35	17,74	Inf	111,86	102,59	111,86
0,9	166,17	105,88	3,58	105,88	Inf	344,33	384,12	344,33
1,0	369,87	369,87	9,49	369,87	Inf	369,87	369,87	369,87
1,1	111,86	77,62	12,65	77,62	2499,50	129,37	134,63	129,37
1,2	20,41	14,95	5,94	14,95	269,77	32,18	33,98	32,18
1,3	6,56	4,99	2,65	4,99	93,84	16,27	15,86	16,27
1,4	2,96	2,27	1,44	2,27	41,87	8,67	9,11	8,67
1,5	1,63	1,19	0,85	1,19	20,15	5,15	5,43	5,15
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Tabela 5.11: Performance, em termos de SDRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 2.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	39,98	11,42	5,12	11,42	Inf	21,47	68,46	21,47
0,6	86,46	29,26	9,13	29,26	Inf	55,36	110,61	55,36
0,7	199,50	68,46	15,81	68,46	Inf	117,15	166,17	115,78
0,8	262,66	109,39	25,14	109,39	Inf	184,68	171,91	184,68
0,9	499,50	249,50	39,82	226,77	9999,50	277,28	195,58	249,50
1,0	369,87	369,87	48,76	293,62	2499,50	525,82	369,87	369,87
1,1	203,58	199,50	46,01	136,49	399,50	475,69	132,83	195,58
1,2	88,78	108,19	30,08	66,16	127,70	277,28	68,46	111,86
1,3	38,26	73,57	19,53	43,55	72,49	163,43	38,41	69,43
1,4	21,92	35,86	11,34	20,50	39,98	94,74	22,91	37,09
1,5	12,38	19,70	7,63	12,44	24,25	55,05	14,97	24,49
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	13,34	2,10	2,10	2,10	3332,83	3,74	21,52	3,74
0,6	40,48	7,23	5,44	7,23	3332,83	15,97	57,30	15,97
0,7	87,99	22,86	11,63	22,86	4999,50	58,67	118,55	58,67
0,8	269,77	93,84	25,47	93,84	Inf	195,58	332,83	195,58
0,9	285,21	302,53	52,41	302,53	9999,50	369,87	302,53	369,87
1,0	369,87	369,87	87,22	369,87	2499,50	369,87	369,87	369,87
1,1	243,40	155,75	65,72	155,75	587,74	134,63	212,27	134,63
1,2	57,30	47,12	27,90	47,12	121,45	48,76	57,98	48,76
1,3	24,62	17,64	14,05	17,64	54,75	22,02	28,07	22,02
1,4	12,58	8,57	7,97	8,57	27,20	12,34	16,13	12,34
1,5	6,75	4,70	4,75	4,70	15,24	7,53	9,65	7,53
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	1,42	0,33	0,44	0,33	108,19	0,50	3,57	0,50
0,6	4,92	1,26	1,32	1,26	832,83	2,23	15,97	2,23
0,7	19,22	4,91	3,72	4,91	1666,17	9,87	62,39	9,87
0,8	68,94	22,02	10,66	22,02	Inf	47,12	191,81	47,12
0,9	191,81	114,44	28,65	114,44	9999,50	216,89	666,17	216,89
1,0	369,87	369,87	68,46	369,87	1428,07	369,87	369,87	369,87
1,1	89,59	84,24	41,87	84,24	166,17	68,46	85,71	68,46
1,2	23,02	16,70	14,64	16,70	45,37	24,94	26,89	24,94
1,3	8,64	6,08	6,26	6,08	17,38	9,80	11,47	9,80
1,4	3,99	2,65	3,01	2,65	8,43	5,21	6,06	5,21
1,5	2,42	1,51	1,91	1,51	4,62	2,95	3,44	2,95
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
δ								
0,5	0,17	0,01	0,03	0,01	1,84	0,03	0,27	0,03
0,6	0,91	0,24	0,28	0,24	15,04	0,42	1,44	0,42
0,7	3,86	1,19	1,09	1,19	131,08	2,22	6,96	2,22
0,8	19,49	7,04	4,03	7,04	999,50	13,90	31,55	13,90
0,9	118,55	62,79	16,10	62,79	Inf	107,03	181,32	107,03
1,0	369,87	369,87	71,96	369,87	1249,50	369,87	369,87	369,87
1,1	66,16	40,65	38,41	40,65	118,55	37,23	66,16	37,23
1,2	12,58	7,70	9,32	7,70	27,66	9,83	16,82	9,83
1,3	4,06	2,35	3,26	2,35	8,57	3,79	6,36	3,79
1,4	1,84	1,02	1,54	1,02	3,96	1,89	3,04	1,89
1,5	0,99	0,51	0,85	0,51	2,26	1,13	1,81	1,13
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Tabela 5.12: Performance, em termos de SDRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 3.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	6,58	0,95	3,24	0,95	30,94	0,74	10,83	0,74
0,6	23,30	3,34	11,00	3,34	109,39	3,42	39,18	3,42
0,7	64,01	11,58	29,26	11,58	249,50	14,05	103,67	14,05
0,8	148,75	51,31	82,14	51,31	499,50	67,99	216,89	67,99
0,9	344,33	191,81	178,07	191,81	832,83	237,59	399,50	237,59
1,0	369,87	369,87	203,58	369,87	587,74	369,87	369,87	369,87
1,1	80,80	81,47	57,30	81,47	113,14	96,59	76,42	96,59
1,2	23,36	22,48	17,25	22,48	32,18	26,16	24,25	26,16
1,3	9,40	9,13	7,33	9,13	13,50	11,58	10,87	11,58
1,4	4,62	4,35	3,76	4,35	7,06	6,15	5,71	6,15
1,5	2,60	2,45	2,22	2,45	4,13	3,71	3,50	3,71
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	0,43	0,13	0,28	0,13	0,71	0,05	0,40	0,05
0,6	1,74	0,69	1,17	0,69	4,21	0,61	2,21	0,61
0,7	7,40	2,82	4,46	2,82	22,64	3,03	10,87	3,03
0,8	30,84	15,12	17,19	15,12	97,54	17,41	46,89	17,41
0,9	144,43	104,76	68,46	104,76	416,17	118,55	184,68	118,55
1,0	369,87	369,87	191,81	369,87	768,73	369,87	369,87	369,87
1,1	53,26	64,01	39,50	64,01	82,83	61,23	57,98	61,23
1,2	12,13	13,48	9,25	13,48	18,36	15,26	13,84	15,26
1,3	4,13	4,13	3,41	4,13	6,62	5,45	5,27	5,45
1,4	1,96	1,81	1,67	1,81	3,17	2,56	2,67	2,56
1,5	1,14	1,01	0,99	1,01	1,94	1,59	1,69	1,59
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
0,6	0,24	0,06	0,16	0,06	0,39	0,04	0,24	0,04
0,7	1,28	0,51	0,90	0,51	2,57	0,55	1,58	0,55
0,8	7,40	2,87	4,64	2,87	19,86	3,53	10,75	3,53
0,9	56,64	26,74	32,07	26,74	178,07	33,98	80,80	33,98
1,0	369,87	369,87	237,59	369,87	768,73	369,87	369,87	369,87
1,1	35,21	25,95	23,65	25,95	48,76	29,80	35,60	29,80
1,2	5,47	4,06	4,41	4,06	8,26	5,38	6,57	5,38
1,3	1,77	1,25	1,50	1,25	2,72	1,87	2,29	1,87
1,4	0,80	0,53	0,70	0,53	1,28	0,89	1,12	0,89
1,5	0,42	0,24	0,37	0,24	0,72	0,50	0,64	0,50
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
0,6	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
0,7	0,26	0,12	0,19	0,12	0,44	0,11	0,29	0,11
0,8	2,05	1,14	1,41	1,14	4,27	1,23	2,56	1,23
0,9	26,82	19,78	15,36	19,78	71,96	21,52	36,26	21,52
1,0	369,87	369,87	171,91	369,87	713,79	369,87	369,87	369,87
1,1	14,76	12,49	11,55	12,49	26,45	15,52	19,49	15,52
1,2	2,05	1,54	1,74	1,54	3,40	2,22	2,78	2,22
1,3	0,60	0,41	0,52	0,41	1,05	0,69	0,91	0,69
1,4	0,23	0,12	0,20	0,12	0,44	0,28	0,39	0,28
1,5	0,07	0,02	0,06	0,02	0,21	0,12	0,19	0,12
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Tabela 5.13: Performance, em termos de SDRL, dos gráficos de controle considerando os estimadores MM e ML, Cenário 4.

$n = 5$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	10,57	0,01	9,86	0,01	13,32	0,01	12,75	0,01
0,6	29,62	0,17	26,74	0,17	47,57	0,07	41,87	0,07
0,7	108,19	1,04	101,54	1,04	148,75	0,77	140,34	0,77
0,8	144,43	7,53	136,49	7,53	184,68	6,43	166,17	6,43
0,9	434,28	82,14	356,64	82,14	713,79	72,49	666,17	72,49
1,0	369,87	369,87	312,00	332,83	399,50	384,12	369,87	369,87
1,1	38,87	56,97	38,11	50,00	41,51	54,75	39,98	50,00
1,2	6,44	7,52	6,32	6,96	7,73	7,63	7,63	7,16
1,3	2,26	2,11	2,24	2,02	2,82	2,50	2,78	2,40
1,4	1,30	0,84	1,30	0,79	1,56	1,09	1,54	1,05
1,5	0,89	0,39	0,89	0,37	1,02	0,57	1,02	0,56
LI	-2,4464	0,3651	-1,5674	0,3651	-2,5058	0,3139	-1,6055	0,3139
LS	3,5835	5,358	2,2959	5,358	8,9457	10,8423	5,7315	10,8423
$n = 10$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	0,28	0,01	0,25	0,01	0,21	0,01	0,19	0,01
0,6	1,83	0,01	1,75	0,01	1,97	0,01	1,86	0,01
0,7	8,74	0,09	8,36	0,09	9,89	0,06	9,29	0,06
0,8	37,09	1,01	34,83	1,01	41,16	0,92	38,56	0,92
0,9	140,34	13,38	129,37	13,38	148,75	13,86	138,39	13,86
1,0	369,87	369,87	332,83	369,87	416,17	369,87	369,87	369,87
1,1	20,28	13,42	19,86	13,42	22,54	13,96	22,02	13,96
1,2	3,49	1,60	3,43	1,60	3,91	1,86	3,85	1,86
1,3	1,36	0,43	1,35	0,43	1,50	0,59	1,48	0,59
1,4	0,74	0,13	0,73	0,13	0,82	0,24	0,81	0,24
1,5	0,46	0,04	0,46	0,04	0,53	0,08	0,53	0,08
LI	-2,9326	0,6965	-1,8789	0,6965	-3,2476	0,5168	-2,0807	0,5168
LS	2,8321	4,084	1,8145	4,084	7,7354	7,0759	4,9561	7,0759
$n = 20$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
0,6	0,09	0,01	0,08	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01
0,7	1,06	0,01	1,02	0,01	1,11	0,01	1,06	0,01
0,8	7,50	0,23	7,13	0,23	8,20	0,19	7,77	0,19
0,9	53,26	4,68	50,52	4,68	58,67	4,77	55,99	4,77
1,0	369,87	369,87	356,64	369,87	384,12	369,87	369,87	369,87
1,1	10,75	4,42	10,56	4,42	11,58	5,33	11,41	5,33
1,2	1,84	0,48	1,83	0,48	2,00	0,64	1,99	0,64
1,3	0,67	0,07	0,66	0,07	0,73	0,12	0,72	0,12
1,4	0,33	0,01	0,32	0,01	0,36	0,02	0,36	0,02
1,5	0,16	0,01	0,16	0,01	0,19	0,01	0,19	0,01
LI	-3,4863	1,0128	-2,2337	1,0128	-3,8606	0,7524	-2,4735	0,7524
LS	2,7256	3,3428	1,7463	3,3428	6,05	4,7237	3,8762	4,7237
$n = 40$	Zaga Verdadeira		Zaig		Zaga		Zaig Verdadeira	
δ	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML
0,5	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
0,6	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
0,7	0,07	0,01	0,07	0,01	0,07	0,01	0,06	0,01
0,8	1,41	0,02	1,35	0,02	1,51	0,01	1,43	0,01
0,9	21,28	1,37	19,41	1,37	23,77	1,32	22,17	1,32
1,0	369,87	369,87	312,00	369,87	416,17	369,87	369,87	369,87
1,1	6,43	1,60	6,35	1,60	6,65	1,86	6,61	1,86
1,2	0,88	0,08	0,88	0,08	0,94	0,13	0,93	0,13
1,3	0,27	0,01	0,26	0,01	0,29	0,01	0,29	0,01
1,4	0,09	0,01	0,09	0,01	0,11	0,01	0,11	0,01
1,5	0,03	0,01	0,03	0,01	0,04	0,01	0,04	0,01
LI	-3,8449	1,2651	-2,4634	1,2651	-4,6771	0,9732	-2,9966	0,9732
LS	2,2232	2,9257	1,4244	2,9257	4,7653	3,7527	3,0531	3,7527

Nesta seção, para ilustrarmos os gráficos de controle propostos, apresentamos um exemplo com conjuntos de dados reais (caso em que $n = 1$) e um exemplo com dados simulados (caso em que $n > 1$). Realizamos o teste Kolmogorov-Smirnov (KS) com o intuito de identificar a distribuição mais adequada em cada um dos exemplos. Nos dois exemplos consideramos o método de máxima verossimilhança para estimar os parâmetros das distribuições.

6.1 Gráfico de controle para medidas individuais

Para exemplificar o procedimento da construção dos gráficos de controle utilizamos os dados presentes no pacote `lubridate` do R (`WeatherAUS`). O banco de dados contém observações meteorológicas diárias de vários locais ao redor da Austrália, ao qual consideramos no estudo a variável `Rainfall` que é o índice pluviométrico (em mm) por dia com o objetivo de monitorar dia a dia o comportamento dessa variável. Foi selecionada a cidade Portland e dados a partir de 2010, em um total de 124 observações individuais.

Para o processo de estimação dos parâmetros consideramos as 62 primeiras observações (Fase I). Os dados restantes são utilizados para monitorar o processo (Fase II). Os dados

da Fase I apresenta mínimo de 0, mediana de 2,3, média de 4,152, desvio-padrão de 4,93 e máximo de 18. Na Tabela 6.1 é possível observar a estimativa dos parâmetros das distribuições ZAGA e ZAIG, bem com o resultado do teste Kolmogorov- Smirnov (KS). De acordo com o resultado do teste de Kolmogorov Smirnov, o p-valor indica que a distribuição ZAGA obteve melhor ajuste quando comparada com a distribuição ZAIG.

A Figura 6.1 mostra o gráfico de controle com os dados da Fase I e II, considerando $\alpha = 0,0027$. Na Fase II, o gráfico de controle identificou um ponto fora de controle. É possível notar que a observação fora de controle destoa das demais, indicando um valor atípico ao qual o gráfico de controle foi capaz de identificar.

Tabela 6.1: Estimação dos parâmetros e p-valor do teste de Kolmogorov-Smirnov dos dados de índice pluviométrico

Distribuição	Parâmetros	Estimativas	p-valor
ZAGA	ρ	0,1213	0,2532
	μ	4,7666	
	σ	1,118	
ZAIG	ρ	0,1213	0,0520
	μ	4,7666	
	σ	0,959	

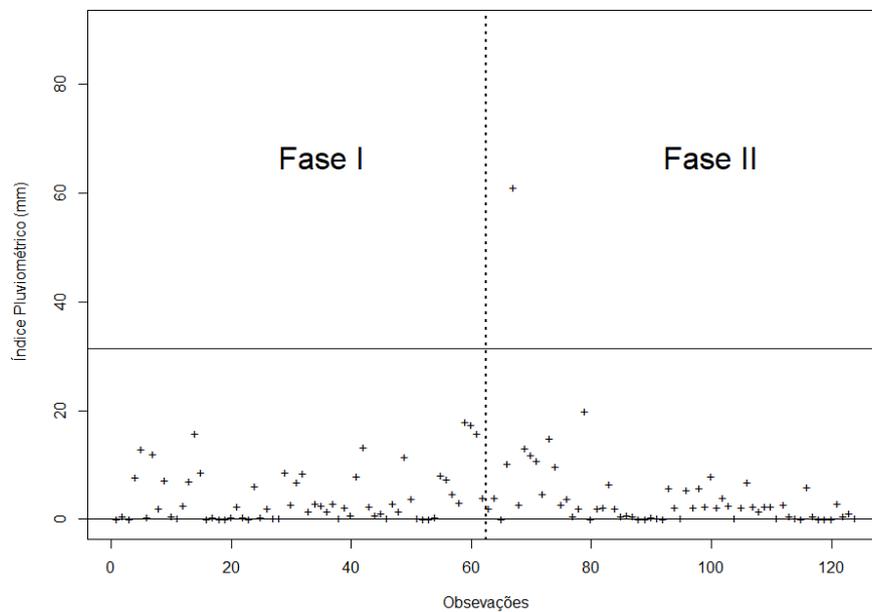


Figura 6.1: Gráfico dos limites de controle com base na ZAGA, considerando $\alpha = 0,0027$.

Na Tabela 6.2 mostra o desempenho do gráfico de controle. Nota-se que quando o processo está sob controle ($\delta = 1$), o gráfico de controle ZAGA apresenta valores próximos ao valor nominal. Por exemplo, o gráfico de controle ZAGA obteve um $ARL_0 = 370$.

Além disso, ao aumentar o valor de δ , ocorre uma detecção mais rápida na mudança da característica da qualidade .

Tabela 6.2: Performance, em termos de ARL, MRL e SDRL, do gráfico de controle considerando medidas individuais e os dados de índice pluviométrico.

δ	Zaga Verdadeira		
	ARL	SDRL	MRL
1,0	370,00	369,50	256,12
1,1	225,67	225,17	156,07
1,2	149,29	148,79	103,13
1,3	105,15	104,65	72,54
1,4	77,80	77,30	53,58
1,5	59,88	59,38	41,16
LI	0		
LS	31,3303		

6.2 Gráfico de controle para média

Para demonstrar a aplicabilidade do gráfico de controle para média, consideramos o estimador de máxima verossimilhança, visto que apresentou desempenho superior ao estimador de método dos momentos. Utilizamos dados simulados no R considerando a distribuição ZAIG como verdadeira, em que a média da distribuição é 2, o parâmetro de dispersão como 1,1 e a probabilidade de ocorrer o valor zero como 0,07. O conjunto de dados tem 50 subgrupos cada uma de tamanho 10. Usamos 25 subgrupos como amostra da Fase I e os 25 subgrupos restantes como Fase II. Os dados da Fase I apresenta mínimo de 0, mediana de 0,8023, média de 1,7842, desvio-padrão de 2,857 e máximo de 17,78. Na Tabela 6.3 é possível observar a estimativa dos parâmetros das distribuições ZAGA e ZAIG, bem com o resultado do teste Kolmogorov- Smirnov (KS). De acordo com o resultado do teste de Kolmogorov Smirnov, o p-valor indica que a distribuição ZAIG obteve melhor ajuste quando comparada com a distribuição ZAGA.

Tabela 6.3: Estimação dos parâmetros e p-valor do teste de Kolmogorov-Smirnov dos dados da simulação

Distribuição	Parâmetros	Estimativas	p-valor
ZAGA	ρ	0,048	0,00095
	μ	1,87	
	σ	1,08	
ZAIG	ρ	0,048	0,6121
	μ	1,87	
	σ	1,13	

A Figura 6.2 apresenta os gráficos de controle com os dados da Fase I e II, considerando $\alpha = 0,0027$. Em relação a Fase I, o gráfico não dispara nenhum ponto fora de controle.

Na Fase II, o gráfico de controle identificou um ponto fora de controle. É possível notar que a observação fora de controle destoa das demais, indicando um valor atípico ao qual o gráfico de controle foi capaz de identificar.

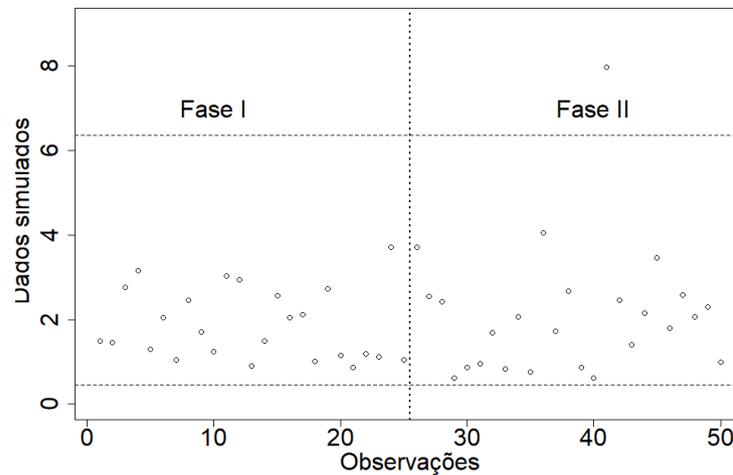


Figura 6.2: Gráfico dos limites de controle com base na ZAIG, considerando $\alpha = 0,0027$.

Na Tabela 6.4 mostra o desempenho do gráfico de controle. Nota-se que quando o processo está sob controle ($\delta = 1$), o gráfico de controle ZAIG apresenta valores próximos ao valor nominal. Por exemplo, o gráfico de controle ZAIG obteve um $ARL_0 = 370,37$. Além disso, ao aumentar o valor de δ , ocorre uma detecção mais rápida na mudança da característica da qualidade .

Tabela 6.4: Performance, em termos de ARL, MRL e SDRL, dos gráficos de controle considerando a média e os dados simulados.

δ	Zaig Verdadeira		
	ARL	SDRL	MRL
0,5	38,17	26,11	37,66
0,6	84,75	58,39	84,24
0,7	172,41	119,16	171,91
0,8	250,00	172,94	249,50
0,9	312,50	216,26	312,00
1,0	370,37	256,37	369,87
1,1	142,86	98,67	142,36
1,2	78,12	53,80	77,62
1,3	46,95	32,19	46,45
1,4	32,47	22,16	31,96
1,5	21,74	14,72	21,23
LI	0,4501		
LS	6,3506		

Conclusões

Neste trabalho, propomos gráficos de controle para monitorar medidas individuais e a média da característica de qualidade considerando distribuições inflacionadas no zero (ZAGA e ZAIG), ou seja, a inclusão do valor zero com probabilidade positiva. Usamos a distribuição ZAGA como verdadeira e utilizamos os limites de controle da distribuição ZAIG incorretamente, e vice-versa. Quando os limites de controle verdadeiros são usados, bons resultados são obtidos, para $\alpha = 0,0027$, ou seja, ARL_0 , MRL_0 e $SDRL$ se aproxima do valor nominal. Entretanto, vários impactos foram vistos quando utiliza-se limites de controle incorretamente. Os resultados obtidos reforçam a necessidade de trabalhar com uma distribuição que ajuste bem aos dados, sob pena de grande distorções na taxa de falsos alarmes. No geral, o gráfico de controle para a média, na maioria dos casos, o método de máxima verossimilhança apresentou melhor desempenho. Apresentamos duas aplicações, uma com conjuntos de dados reais ($n = 1$) para o monitoramento de medidas individuais e a outra com dados simulados ($n > 1$) para o monitoramento da média para ilustrar o potencial do gráfico de controle proposto, em que os parâmetros são estimados por máxima verossimilhança. Finalmente, sugerimos os gráficos propostos para monitorar características da qualidade positivas contínuas inflacionadas em zero.

Referências Bibliográficas

- ASLAM, M.; ARIF, O.-H.; JUN, C.-H. A control chart for gamma distribution using multiple dependent state sampling. *Industrial Engineering Management Systems*, v. 16, p. 109–117, 2017.
- BOURGUIGNON, M.; HO, L. L.; FERNANDES, F. H. Control charts for monitoring the median parameter of birnbaum-saunders distribution. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 36, p. 1333–1363, 2020.
- CHIANG, J.-Y. et al. Control charts for generalized exponential distribution percentiles. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, v. 46, n. 10, p. 7827–7843, 2017.
- FERNANDES, F. H.; HO, L. L.; BOURGUIGNON, M. About shewhart control charts to monitor the weibull mean. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 35, p. 2343–2357, 2019.
- HUANG, W.-H.; WANG, H.; YEH, A. B. Control charts for the lognormal mean. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 32, p. 1407–1416, 2015.
- KATEMEE, N.; MAYUREESAWAN, T. Control charts for zero-inflated poisson models. *Applied Mathematical Sciences*, v. 6, p. 2791–2803, 2012.
- LIMA-FILHO, L.; BAYER, F. Kumaraswamy control chart for monitoring double bounded environmental data. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, v. 50, n. 9, p. 2513–2528, 2021.
- LIMA-FILHO, L. et al. Inflated beta control chart for monitoring double bounded processes. v. 136, p. 265–276, 2019.
- MONTGOMERY, D. C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 7th edition. ed. [S.l.]: John Wiley Sons, 2017.

RODRIGUES, J. S. Análise de diagnóstico em modelos de regressão zaga e zaig. *Dissertação (Mestrado em Estatística) - Estatística Interinstitucional do ICMC e UFSCarr*, 2016.

SHEWHART, W. A. Economic control of quality of the manufactured product. *Economic Control Of Quality Of Manufactured Product*, 1931.

SIM, C. H. Inverse gaussian control charts for monitoring process variability. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, v. 32, n. 1, p. 223–239, 2003.

STASINOPOULOS, M.; RIGBY, B.; AKANTZILIOTOU, C. *Instructions on how to use the GAMLSS package in R*. [S.l.: s.n.], 2008.

ZHANG, C. W. et al. A control chart for the gamma distribution as a model of time between events. *International Journal of Production Research*, v. 45, p. 5649–5666, 2007.