Conhecimentos Científicos e Práticas Pedagógicas

Contribuições, reflexões e desafios da formação docente do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB/Campus IV

José Fabrício Lima de Souza
Claudilene Gomes da Costa
Joseilme Fernandes Gouveia
Organizadores

deck

José Fabrício Lima de Souza
Claudilene Gomes da Costa
Joseilme Fernandes Gouveia
Organizadores

Conhecimentos Científicos e Práticas Pedagógicas

Contribuições, reflexões e desafios da formação docente do Curso de Licenciatura em Matemáticada UFPB/*Campus* IV

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Conhecimentos científicos e práticas pedagógicas [livro eletrônico] : contribuições, reflexões e desafios da formação docente do curso de licenciatura em matemática da UFPB/Campus IV / José Fabrício Lima de Souza, Claudilene Gomes da Costa, Joseilme Fernandes Gouveia, organizadores. -- João Pessoa, PA : Deck Gráfica, 2023.
PDF

Vários autores.
Bibliografia.
ISBN 978-65-980214-0-5

1. Ensino superior 2. Matemática - Estudo e ensino 3. Prática pedagógica 4. Professores de matemática - Formação - Paraíba (Estado) 5. Professores - Formação 6. Universidade Federal da Paraíba (UFPB) I. Souza, José Fabrício Lima de. II. Costa, Claudilene Gomes da. III. Gouveia, Joseilme Fernandes.

23-154396 CDD-510.7098133

Índices para catálogo sistemático:

1. Universidade Federal da Paraíba : Professores : Formação : Matemática 510.7098133

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

PREFÁCIO

Na formação inicial de professores(as) de Matemática, quando pensamos qual é o perfil do(a) estudante egresso(a) que almejamos para atender às novas demandas do ensino de Matemática, de imediato consideramos a relação dialógica entre os aspectos relacionados ao conhecimento específico da área e os conhecimentos didático-pedagógicos da docência. Esses aspectos devem caminhar em uma relação de múltiplos diálogos, tanto entre eles como com outros aspectos que também são fundamentais na formação de professores(as) de Matemática, possibilitando, ao(a) futuro(a) professor(a) de Matemática, a construção de saberes que estejam relacionados a sua formação e atuação docente.

As diferentes temáticas abordadas neste e-book nos permitem a identificação desses múltiplos diálogos, tendo em vista que, nos doze capítulos que compõem o e-book, desfrutamos de produções científicas de licenciandos(as) e professores(as) formadores(as) do Curso de Licenciatura em Matemática, da UFPB/*campus* IV, e de pesquisadores colaboradores, que trazem resultados de estudos e pesquisas científicas desenvolvidas no curso, no âmbito do ensino, da pesquisa e da extensão.

Este tripé, ensino, pesquisa e extensão, que sustenta a Universidade, é a base para uma formação inicial sólida e de qualidade de professores(as) de Matemática, e se concretiza no desenvolvimento de Programas de Iniciação à Docência, como o Programa de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) e o Programa de Residência Pedagógica (PRP), de Programas de Iniciação Científica, como o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic), Programas de Extensão, como o Programa de Bolsas de Extensão (Probex), além dos Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC). Nessas ações se ressalta o engajamento de todos(as) os(as) participantes envolvidos(as), trazendo resultados relevantes nas produções científicas aqui apresentadas neste e-book.

A multiplicidade de temáticas de pesquisa, que perpassam os doze capítulos que compõem este e-book, nos revela o dinamismo científico presente no Curso de Licenciatura em Matemática, da UFPB/*campus* IV. Na leitura dos capítulos, os leitores poderão disfrutar de conhecimentos científicos que estão relacionados às temáticas sobre:

- O desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC), tanto por parte de licenciandos(as) como por estudantes da Educação Básica;
- A importância da Educação Financeira para estudantes da Educação Básica;
- As contribuições do Pibid e PRP na formação profissional e constituição da identidade docente;
- O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) na formação inicial e continuada de professores(as) de Matemática;
- O uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), *softwares* e aplicativos como recursos digitais no ensino-aprendizagem de Matemática;
- A utilização da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino associada ao uso de Jogos e Materiais Didáticos para o ensino-aprendizagem de Matemática;
- A necessidade de uma maior interlocução entre a formação inicial de professores de Matemática no *campus* IV e a cultura indígena dos Potiguara, presente na região do Vale do Mamanguape/PB, por meio da realização de propostas didáticas interdisciplinares e pesquisas que envolvam a valorização e a importância dos conhecimentos etnomatemáticos presentes nessa etnia;
- Os conhecimentos científicos específicos da área de Matemática (conceitos, definições e teoremas) e seus desdobramentos dentro da própria Matemática, bem

como as aplicações em outras áreas, como as Engenharias, por meio do desenvolvimento de modelos matemáticos.

Diante da riqueza e diversidade das temáticas aqui expostas, convido os(as) leitores(as) a desfrutarem dos conhecimentos presentes nas pesquisas, ora apresentadas nos capítulos deste e-book, e a propagarem tais conhecimentos junto a seus pares, promovendo, assim, a divulgação do conhecimento científico e das práticas pedagógicas.

Desejo-lhes uma prazerosa caminhada pelas páginas deste e-book!

Cristiane Fernandes de Souza

SUMÁRIO

POTENCIALIDADES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

José Fabrício Lima de Souza
Felipe Tarquino da Silva

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB– Brasil
fabricio@dcx.ufpb.br, felipetarquino360@gmail.com

INTRODUÇÃO

Não podemos falar com exatidão quando a educação surgiu na história. Sabe-se que ela esteve sempre presente de forma intuitiva e natural, por exemplo, quando as crianças estão aprendendo com mais velhos através de observações. Na Pré-História, essas observações estavam interligadas com as necessidades de sobrevivência, como a pesca e caça, e se consolidavam através da prática. Desde quando o ser humano começou a conviver em sociedade, a educação passou a surgir de forma iminente, e em qualquer nível de seu desenvolvimento histórico, o homem a praticava e a vem praticando.

De acordo com o pensamento de Bittar (2009), os primeiros modelos de educação para transmissão de saberes de forma sistematizada surgiram no ocidente entre os gregos e os romanos. Os homens desse período histórico tinham muito tempo livre e para ocupar esse tempo ocioso se constituiu o que chamamos hoje de escola. Só tinham direito a frequentar a escola os jovens das classes dominantes, que tinham sua educação voltada para "o saber fazer e o falar. O primeiro dizia respeito à preparação para guerra; o segundo, à política" (BITTAR, 2009, p. 27). O ato de falar bem lhe garantiria uma boa posição nos poderes políticos na vida adulta e uma boa preparação física lhe garantiria ser um bom guerrilheiro na juventude. Não existia nenhuma escola para os trabalhadores, só treinamento para o trabalho, ou seja, a escola nesse período histórico não era para todos. Se no ocidente antigo quem ditava a educação eram os políticos, na idade média era a religião, pois ela possuía forte influência sobre a sociedade. Nesse período histórico, a educação tinha enfoque em ensinar o latim e o ensino religioso. Com o movimento iluminista do século XVIII, que tinha como lema "igualdade; liberdade e fraternidade", várias camadas sociais passaram a ter acesso à escola e o conhecimento tornou-se mais democrático. A revolução industrial gerou espaço para o surgimento da constituição escolar como a conhecemos hoje, cuja organização seguia a arquitetura das fábricas, com cadeiras enfileiradas. A escolarização dos cidadãos de classes mais baixa ia de encontro às suas necessidades, pois os processos econômicos daquela época requeriam que os operadores de máquinas possuíssem o mínimo de conhecimento para operá-las.

Ao longo da história, a educação vem se adequando de acordo com o momento histórico que é vivido na época. Sob o mesmo ponto de vista, a profissão docente, ao longo dos anos, vem sempre se atualizando para atender a demanda de ensino dos estudantes contemporâneos. No cenário atual, com os autos avanços tecnológicos, o pensamento computacional é indispensável para a formação do aluno, por esse motivo, este tema está cada vez mais frequente nas bases curriculares de ensino. De acordo com Brackmann (2017):

> O Pensamento Computacional é uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de identificar e resolver problemas, de maneira individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente. (BRACKMANN, 2017, p. 29).

Brackmann (2017) é bem claro quanto à definição do pensamento computacional, nessa perspectiva, o professor de matemática da educação básica já conseguiria desenvolver essa habilidade em suas aulas, pois a matemática está diretamente relacionada à resolução de problemas. Então, o que o pensamento computacional traz de novo para o currículo da matemática da educação básica? Ou ainda, como desenvolver o pensamento computacional no currículo escolar de modo a atender a essa nova demanda de ensino? Este trabalho tenta responder as essas duas questões a partir da utilização da ferramenta pedagógica *App Inventor*.

O PENSAMENTO COMPUTACIONAL

O termo "pensamento computacional" é relativamente novo no meio acadêmico. Sua primeira ocorrência data de 1971, no artigo *Twenty things to do with a computer,* de Seymour Papert e Cynthia Solomon (PAPERT; SOLOMON, 1971). Esse artigo desenvolvia algumas ideias e conceitos sobre pensamento computacional (PC), que tinha como foco tornar o uso da linguagem de programação mais acessível para todos. O desdobramento de tais perspectivas sobre o uso do computador, estudado por Papert e Solomon, se desenvolveu ao longo dos anos, entretanto, tais concepções tinham como enfoque o uso de laboratórios de informática.

Embora as pesquisas sobre o PC continuassem se desenvolvendo no mundo acadêmico, tais concepções eram ignoradas nas práticas dos professores da educação básica. Entretanto, o PC passou a ser incluído em debates na educação básica após

Jeannette M. Wing, em 2006, ter publicado um artigo definindo o PC, tal repercussão se deu pela forma como Wing definiu o pensamento computacional.

O artigo de Wing trouxe um novo olhar para o PC, através do qual pode-se "resolver problemas, desenhar sistemas e entender o comportamento humano, utilizando conceitos de ciências da computação" (WING, 2006, p. 33). Nesse sentido, o PC pode ser entendido com um conjunto de métodos e estratégias para resolver um problema, que não devem ser só utilizados pelos cientistas da computação, mas também na vida cotidiana e nas outras disciplinas. Esse raciocínio de reformular um problema complexo o qual um computador seja capaz de solucionar deve estar presente na educação.

Em seu trabalho, Bocconi *et al.* (2016) descrevem os conceitos e habilidades centrais sobre o PC: abstração, decomposição, depuração, generalização e algoritmos. Nesse sentido, na visão de Bocconi *et al*. (2016), podemos caracterizar o PC como um processo de formulação de problemas de modo a admitir uma solução computacional envolvendo abstração, pensamento algoritmo, automação, decomposição e generalização.

No trabalho de Vicari, Moreira e Menezes (2018), que tem como objetivo fazer uma revisão bibliográfica sobre PC, são apontadas pesquisas lideradas pela instituição Code.Org (2016), Liukas (2015), BBC Learning (2015), Grover e Pea (2013) e o guia *Computer at School* (CSIZMADIA *et al.*, 2015), que geraram os "Quatro Pilares do PC", ou bases do PC, que são: decomposição; reconhecimento de padrões; abstração e algoritmos.

A **decomposição** trabalha com um processo que divide um problema em partes menores, tornando-as mais fáceis de ser entendidas, examinadas e resolvidas do que o problema original.

O **reconhecimento de padrões** trabalha com a identificação de aspectos comuns entre problemas, por meio do qual podemos encontrar características compartilhadas por diferentes problemas e que podem ser solucionados de mesmo modo. Brackmann afirma que "o Reconhecimento de Padrões é uma forma de resolver problemas rapidamente fazendo uso de soluções previamente definidas em outros problemas e com base em experiências anteriores" (BRACKMANN, 2017, p. 36).

A **abstração** é uma etapa que envolve classificação e filtragem de informação ou dados, em que são classificados os elementos essenciais para o problema, ou seja, a abstração envolve organizar as informações de modo que sua estrutura possa auxiliar na resolução do problema. Nesse sentido, Ribeiro, Foss e Cavalheiro (2017, p. 12) afirmam que "a abstração é um mecanismo importante no processo de solução de problemas, o qual permite simplificar a realidade e representar os aspectos mais relevantes de um problema e sua solução".

Por fim, o **algoritmo** pode ser entendido como um elemento que agrega todos os outros pilares do PC já citados. Por ter passado pela decomposição, abstração e reconhecimento de padrões, podemos compreender um algoritmo como uma solução já pronta para a resolução do problema encontrado. A CIEB[1] conceitua o algoritmo como sendo uma ferramenta que trabalha a estratégia ou conjunto de instruções claras e necessárias para resolver o problema. Em um algoritmo, as instruções podem ser escritas em formato de diagrama, pseudocódigo (linguagem humana) ou linguagem em programação.

A própria BNCC, um documento contemporâneo e traz um conjunto de competências e habilidades que têm como objetivo preparar o aluno para a sociedade atual, nesse sentido, trouxe o pensamento computacional em consonância com Brackmann (2017), que argumenta sobre a importância do PC na educação básica ao dizer que "Os conhecimentos em Computação são tão importantes para a vida na sociedade contemporânea quanto os conhecimentos básicos de Matemática, Filosofia, Física, dentre outras, assim como contar, abstrair, pensar, relacionar ou medir" (BRACKMANN, 2017, p. 17). Fazendo uma breve análise no documento, percebemos que o PC está sempre presente nas seções de matemática:

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática [..]. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266).

A BNCC também sugere que essa linha de raciocínio seja desenvolvida através fluxogramas e algoritmos tanto no ensino médio quanto no fundamental.

> Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática [...]. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos. (BRASIL, 2018, p. 271).

O fluxograma é uma representação visual desenvolvida para representar um fluxo de dados, de modo a exemplificar a tarefa a ser executada para que se torne mais fácil sua

---

[1] Informações consultadas no site: <https://curriculo.cieb.net.br/>.

compreensão. Na visão de Silva (2020), "os fluxogramas nada mais são do que instruções para a realização de tarefas, porém ele é dotado de regras, visando seu pleno entendimento por qualquer pessoa que tenha o mínimo de conhecimento sobre o assunto" (SILVA, 2020, p. 41).

Para indicar a direção que o fluxo deve seguir, são utilizadas setas, e as ações são representadas por figuras geométricas, cada uma consistindo em um significado específico, como mostra o Quadro 1 abaixo:

Quadro 1 – Representações usuais na construção de um fluxograma

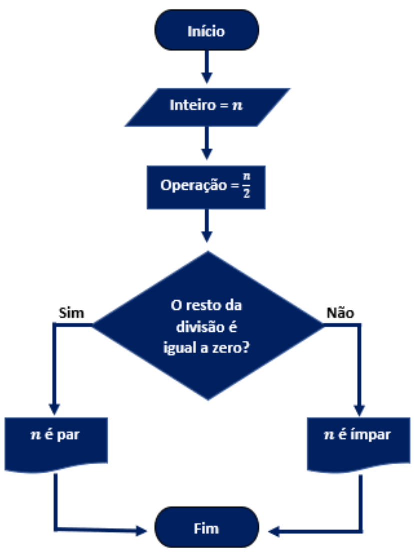
Símbolo	Significado
	Início e fim do fluxograma
	Entrada de dados
	Tomada de decisão
	Indica uma execução ou processamento de uma operação
	Saída de dados
	Direção de fluxo

Fonte: Elaboração do autor (2022).

Por exemplo, podemos representar se um número $n \in \mathbb{N}$ é par ou ímpar através de um fluxograma, ver Figura 1.

A compreensão dos elementos gráficos de um fluxograma se torna de mais fácil compreensão do algoritmo do que escrito em texto. O fluxograma também é um ótimo guia escrever o algoritmo em uma linguagem de programação.

Figura 1 – Fluxograma para classificar um n em par ou ímpar



Fonte: Elaboração do autor (2022).

Dentre os diversos tipos de linguagem de programação, a linguagem de programação em blocos pode ser utilizada como recurso pedagógico pelo fato de não precisar escrever o código, o recurso de programação é realizado por meio de encaixes de comandos necessários para o desenvolvimento do algoritmo. O *App Inventor* é um exemplo desses exemplos.

APP INVENTOR

O software *App Inventor* é um ambiente de programação que foi desenvolvido pela equipe da Google e que atualmente é mantido pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts (*MIT*). Esse é um ambiente de programação simples, para que qualquer pessoa com pouco conhecimento em programação possa criar e desenvolver seus aplicativos sem complicação. Ademais, por se tratar de uma linguagem de programação baseada em blocos, "facilita a criação de aplicativos complexos e de alto impacto em um tempo significativamente menor do que os ambientes de programação tradicionais" (*App Inventor*, 2022).[2]

O funcionamento dessa linguagem de programação pode ser entendido pela analogia de montar um "quebra-cabeça" em que as funções e comandos vêm em formatos de blocos, desse modo, na aba de desenvolvimento de código do *software*, em determinadas situações, o usuário não poderá encaixar alguns comandos em alguma função desejada, em outras, ele até poderá encaixar os comandos em algumas funções, mas em relação à lógica estará errado. Nesses casos, o *software* informa que existe alguma coisa errada na lógica da programação, o que facilita na hora do desenvolvimento de um programa.

Para acessar o ambiente de programação do *App Inventor* o usuário deve entrar no site http://ai2.appinventor.mit.edu/, nele podemos ter uma visão geral do *software*, que basicamente é composto por duas abas principais.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste trabalho foi elaborado e desenvolvido um aplicativo por meio do *App Inventor* envolvendo o conteúdo de média aritmética em uma turma de 14 alunos do 3° ano do Ensino Médio de uma escola pública situada na cidade de Curral De Cima - PB. Durante o desenvolvimento das atividades propostas em sala, foi realizado uma análise

[2] Informações consultadas no site: <http://appinventor.mit.edu/about-us>.

de como os alunos poderiam representar as etapas das soluções dos problemas propostos e das potencialidades do *App Inventor* como uso de recurso de material pedagógico para os objetos de conhecimento da disciplina de matemática.

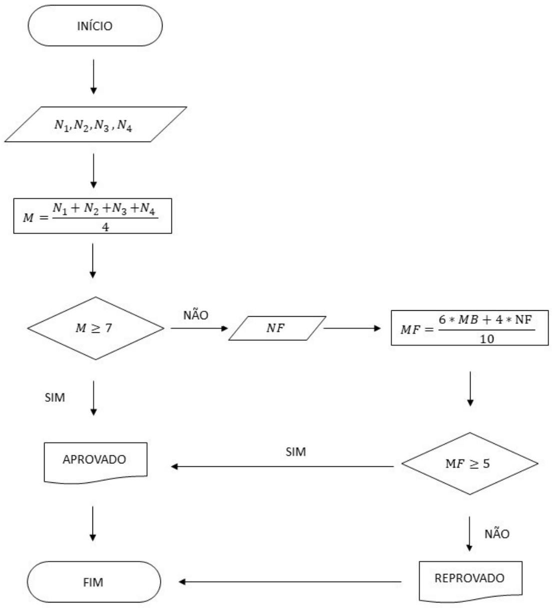
As atividades foram desenvolvidas em dois encontros com os alunos. No primeiro encontro com a turma, foi apresentada a proposta de desenvolvimento das atividades, que tinha como objetivo desenvolver um aplicativo que calculasse a média de acordo com sistema de notas utilizado pela escola. A partir da explanação do objetivo geral, foi apresentado a ideia do que é um algoritmo como também suas formas de representações sendo elas: corrente, fluxograma e em linguagem de programação. Como exemplo, foi apresentado o algoritmo da soma de dois números inteiros a partir das três formas de representações.

No segundo encontro, foi desenvolvido a atividade do cálculo da média final. O cálculo da média final é realizado com base na média aritmética das médias obtidas nos quatros bimestres letivos. Caso a média final seja igual ou superior a 7,0 o aluno é aprovado por média. Se a média do aluno seja inferior a 4,0 o aluno estaria automaticamente reprovado. Mas caso esta média seja maior ou igual a 4,0 e inferior a 7,0 o aluno deverá fazer a prova final. E neste caso, a média final é calculada com base em uma média ponderada, onde a média obtida pelo aluno nos 4 bimestres (M_b) teria peso 6 e a nota na prova final (N_F) teria peso 4. Após a realização da prova final caso o aluno obtivesse média final superior ou igual a 5,0 o aluno estaria aprovado. Com base nesta informação, era possível ao aluno determinar uma expressão que indicaria o quanto ele precisaria tirar na prova final. Esta expressão é dada por:

$$N_F = \frac{50 - 6 * M_B}{4}$$

No desenvolvimento da segunda etapa da atividade foi entregue uma estrutura de um fluxograma já pronta. No qual, essa estrutura representava um fluxograma todo o processo de seu cálculo da média, porém, não continha as informações das expressões a serem utilizadas. Desse modo, era tarefa dos alunos preencher toda a estrutura com as expressões matemáticas que possibilitassem a solução do problema de acordo com desenvolvimento do fluxograma. Na Figura 2 mostra um modelo de como seria o preenchimento da estrutura do fluxograma.

Figura 2 – Fluxograma completo



Fonte: o autor (2022)

Na terceira etapa da atividade teve como objetivo desenvolver um aplicativo que calculasse a média e mostrasse a nota mínima que se precisa tirar na final, caso o aluno não seja aprovado por média. Foi utilizado o ambiente de programação do *App Inventor* para criação e desenvolvimento do aplicativo.

Em seguida foi realizada a parte lógica do aplicativo desenvolvida através da aba blocos do *App Inventor*. Foi utilizado alguns atributos dos componentes adicionados na tela do visualizador, a função de condicional do menu controle e algumas operações do menu de matemática. O desenvolvimento dos passos utilizados para escrever a lógica do código, foi embasado no desenvolvimento das atividades anteriores.

Na primeira etapa da atividade os alunos conseguiram transcrever sem muita dificuldade as etapas necessárias para o cálculo da média dos bimestres e do cálculo da média final. Na segunda etapa da atividade as maiores dificuldades encontrada pelos alunos é de entender como ocorre o desenvolvimento do fluxo do fluxograma, e de como passar todas as etapas escritas para o fluxograma.

Pelo fato de ser a primeira interação dos estudantes com ambiente de programação do *App Inventor* os alunos sentiram dificuldade de estabelecer os componentes corretos e necessários para tela de visualização do aplicativo, como também, saber quais são os atributos dos componentes certos para o desenvolvimento do código. Apesar do aplicativo ter uma linguagem de programação baseada em blocos e de ser bastante intuitiva, se faz necessário que a pessoa que está desenvolvendo o se tenha algumas noções como utiliza e edita os componentes a aba de *designer* e de como utilizar seus atributos na aba de blocos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A resolução de um problema matemático pode ser entendida em quatro etapas: a interpretação do problema, pensar em uma estratégia para resolvê-lo, computar ou resolver e por último a verificação. As duas primeiras etapas da resolução de um problema matemático estão ligadas com os principais pilares do PC pois ao decompor o problema em partes menores, abstrair as informações necessárias para solucioná-lo e reconhecer os padrões você estar interpretando o problema e traçando estratégias para resolvê-lo. Nesse sentido, a relação entre o PC e resolução de problemas matemáticos é indissociável pois, o método de pensar na resolução de um problema está altamente interligado com os pilares do pensamento computacional.

Podemos observar que na maioria das vezes, a maneira de tratar a matemática ainda está muito pautada na terceira etapa da resolução de um problema, sendo que, o desenvolver do raciocínio matemático do aluno está atrelado as duas primeiras etapas, a saber, o ato de interpretar e modelar.

Por fim, a utilização do *App Inventor* como ferramenta pedagógica para o desenvolvimento dos componentes curriculares da matemática, permite que o aluno tenha o primeiro contato com programação. No qual, colabora para que ele compreenda o funcionamento da lógica de programação, como também suas estruturas, fazendo com que comtemple as diretrizes propostas na BNCC.

REFERÊNCIAS

BITTAR, Marisa. **História da educação**: da antiguidade à época contemporânea. 2009.

BOCCONI, S. *et al*. Developing computational thinking in compulsory education: Implications for policy and practice. **European Commission, JRC Science for Policy Report, Publications Office of the European Union**, Luxembourg, v. 68, 2016. Disponível em: https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC104188. Acesso em: 10 nov. 2022.

BRACKMANN, Christian Puhlmann. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. 2017.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação, Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 10 set. 2022.

PAPERT, S.; SOLOMON, C. Twenty things to do with a computer. **Educational Technology Magazine**, Massachusetts Institute of Technology, New Jersey, 1971. Disponível em: http://www.stager.org/articles/twentythings.pdf. Acesso em: 10 nov. 2022.

RIBEIRO, Leila; FOSS, Luciana; CAVALHEIRO, Simone André da Costa. **Entendendo o pensamento computacional.** arXiv preprint arXiv:1707.00338, 2017.

SILVA, A. F. U. d. **Fluxogramas:** uma nova linguagem para trabalhar divisibilidade no Ensino Básico. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2020. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/202257. Acesso em: 09 out. 2022.

VICARI, R. M.; MOREIRA, A. F.; MENEZES, P. F. B. **Pensamento computacional:** revisão bibliográfica. 2. ed. Rio Grande do Sul: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2018.

WING, J. M. Computational thinking. **Communications of the ACM**, ACM New York, NY, USA, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006.

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL PARA SUBSIDIAR O ENSINO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL DAS FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS

Claudilene Gomes da Costa
Cassy Jones Florencio Alves

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB– Brasil
cassyjj16@gmail.com, claudilene@dcx.ufpb.br

INTRODUÇÃO

Em virtude das diversas transformações do ensino-aprendizagem da Matemática, e mediante ao uso das novas tendências de ensino voltadas para potencialização da educação por meio da tecnologia, observou-se a possibilidade de otimizar o ensino do Cálculo Diferencial Integral de Funções de Várias Variáveis com desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC) e da programação.

A ênfase ainda se dá devido a relação com a abordagem de resolução problemas, cuja interação entre o homem e a máquina, facilita o processo de resolução, na qual acontece em etapas (WING, 2008).

Valente (1999), enfatiza que o computador pode ser considerado como uma ferramenta de resolução de problema, seguindo o ciclo de estratégias: processamento das informações, execução através do computador e por fim, a transformação do conhecimento.

Nessa perspectiva, a programação está associada a essência matemática lógica de resolução de problemas, possibilitando a realização da extensão das capacidades cognitivas, através do computador que concebe um ambiente de organização e aplicação de ideias.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no qual fundamenta toda a educação básica, nos orienta que as tecnologias devem ser utilizadas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, pois proporcionam aos estudantes o desenvolvimento de algumas competências e habilidades, entre elas: o protagonismo, a reflexão e interpretação da área computacional (BRASIL, 2018), com o intuito de possibilitar os alunos na compreensão e resolução de problemas em situações cotidianas.

A BNCC (BRASIL, 2018) ainda acrescenta explicitamente um elemento que já se faz presente no âmbito da educação mundial, que é o Pensamento Computacional (PC), assim a BNCC compreende que o PC nada mais é do que uma habilidade/competência capaz de ser expandida ao longo do processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Outra reflexão importante feita pela BNCC, nas suas competências gerais, revela-se um papel educativo, uma vez que visa o desenvolvimento integral dos cidadãos mediante a uma formação crítica e humanizada que promova capacidade de compreensão e adaptação para as constantes transformações que a sociedade vem sofrendo, ou seja, entender a sociedade com suas problemáticas buscando meios para resolvê-las.

Nas competências de número 3 e número 5 evidenciam o uso de ferramentas tecnológicas no processo de ensino-aprendizagem e o pensamento computacional para resolução de problemas. Dessa forma,

Neste sentido, nos vislumbramos na importância que o documento traz quanto a tecnologia, no qual propõe que ao inserir as tecnologias, a mesma vem como um recurso qualificado para realizar o desenvolvimento de soluções pertinentes a problemas de cunho científico, ou seja, de forma a investigar, analisar e elaborar soluções criativas a partir do uso das tecnologias.

Além disso, como são interligadas, se revelam mutualmente preocupadas com a questão da produção de conhecimento com uso da tecnologia de forma autônoma, a fim de realizar um tratamento diferenciado para questão da resolução de problemas, desde sua intepretação, organização, comunicação e processo de resolução. Além de tudo, evidenciam o mesmo conceito que está por traz do tratamento pelo pensamento computacional.

Este capítulo apresenta os resultados de uma das pesquisas realizadas no projeto de pesquisa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic), vigência 2021-2022, intitulado: Uma investigação sobre o desenvolvimento do Pensamento Computacional para subsidiar o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, cujo objetivo principal era de investigar os impactos dos aplicativos móveis desenvolvidos através do uso da linguagem de programação para com o estudo do Cálculo Diferencial e Integral de Funções de Várias Variáveis.

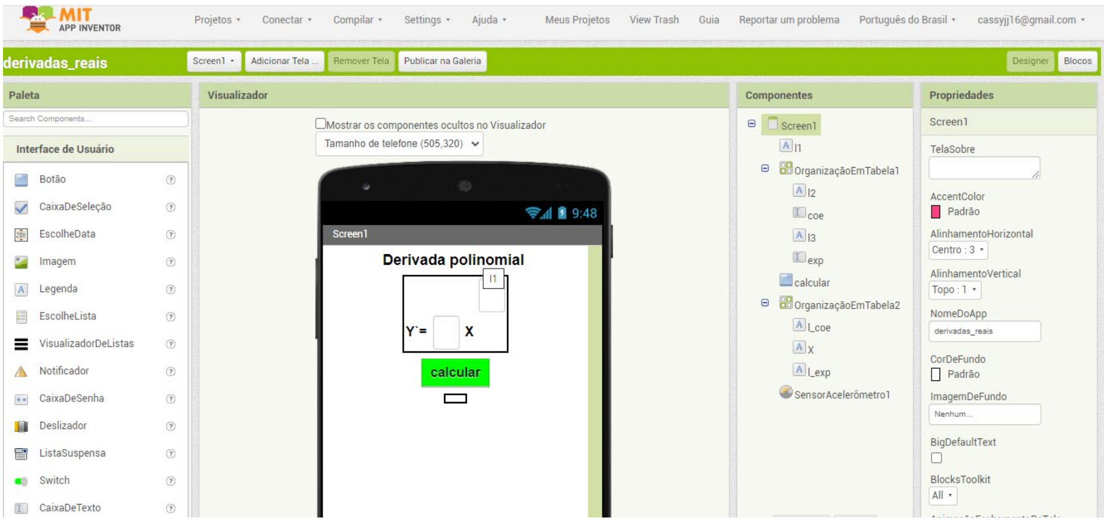
A pesquisa foi realizada na Universidade Federal da Paraíba, campus IV. Foi dividida em duas partes: a primeira parte realizamos estudos para desenvolvermos e criarmos os aplicativos e a segunda foi uma intervenção realizada com 12 (doze) alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral III, realizada no laboratório de informática, da UFPB.

A plataforma escolhida para trabalhar a produção de aplicativos é a plataforma *App Inventor* 2, em virtude de sua acessibilidade e interface intuitiva. O *App Inventor* é uma plataforma de criação de aplicativos desenvolvida pelo *MIT* (*Massachusetts Institute of Technology*) em parceira com *Google*, sendo seus serviços disponibilizados de forma gratuita.

Na qual possibilita uma linguagem mais simples de programação, que é programação em blocos, além de fornecer um formato fácil e intuitivo para criar aplicativos. Além de tudo, a testagem do aplicativo pode ser feita tanto pelo aplicativo *App Inventor* do *smartphone* que é disponibilizado de forma gratuita pelo *Play store ou App store*, ou ainda pelo emulador para computador.

A interface da plataforma é muito simples e inovadora. A seguir tem-se uma amostra da interface da plataforma *App Inventor* na Figura 1.

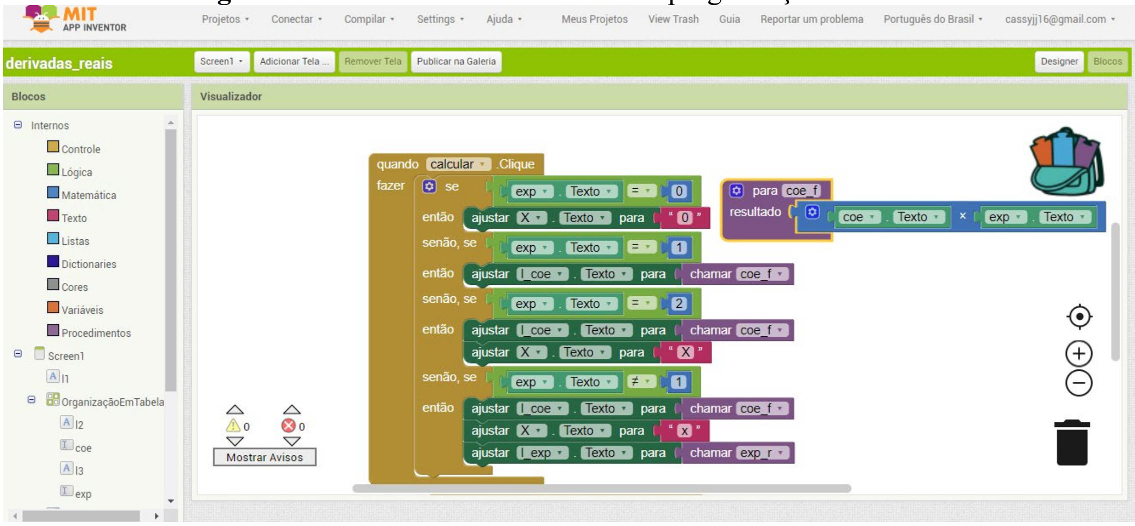
Figura 1 – Plataforma *App Inventor*



Fonte: elaboração própria, 2020.

Na parte dos algoritmos, cuja ideias de resolução de problemas em passos, foram trabalhadas na parte dos blocos da interface. Esta foi realizada a partir da linguagem de programação em blocos, fazendo os blocos de ação a ser desenvolvida, a partir dos comandos inseridos na interface e a interação com os alunos. É importante enfatizarmos que para realizar com êxito qualquer atividade, é preciso seguir os passos vistos anteriormente. E assim, os blocos são responsáveis por determinar certas ações planejadas, por uma estrutura lógica de encaixes, como mostrado na figura 2 a seguir.

Figura 2 – Área de trabalho destinada a programação em blocos



Fonte: Elaboração, própria 2022.

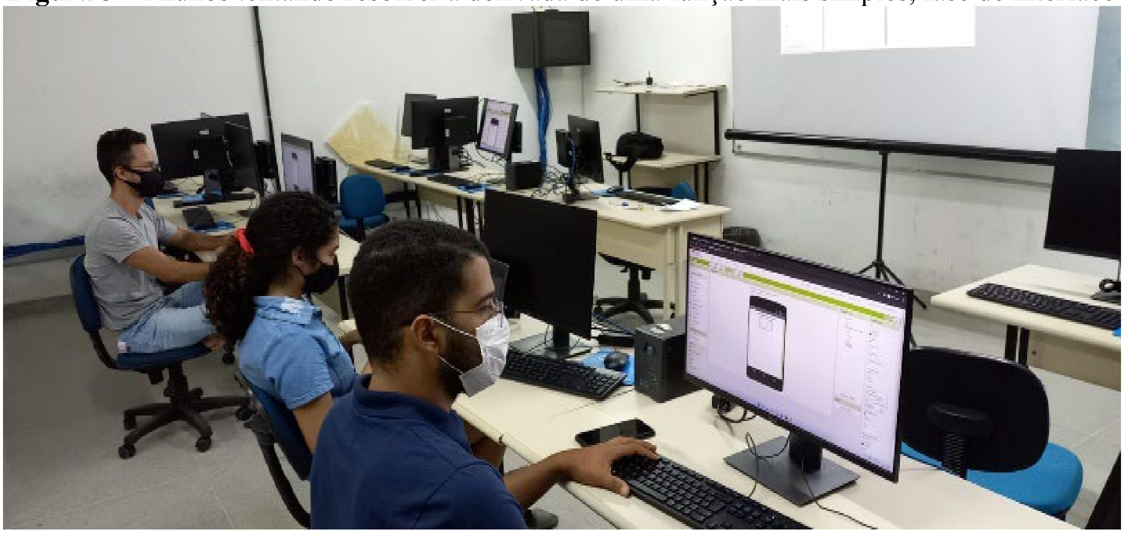
Na intenção de registrar a eficiência da ferramenta, foi desenvolvido formulários de satisfação pelo *Google Forms*, para ver o grau em que os alunos sentiram familiarizados com ferramenta e se possível, utilizaria a mesma para estudos futuros, ou inserção como metodologia futura.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi realizada uma oficina de programação com *App Inventor*, cuja participação foi de 12 (doze) pessoas. A oficina foi divulgada para apenas a turma do componente curricular Cálculo III (disciplina que estuda o cálculo de funções de várias variáveis) do curso de licenciatura da UFPB-campus IV, que em parceria com professor responsável pela disciplina, obteve pouquíssimos alunos dispostos a irem, mesmo constantemente sendo incentivados.

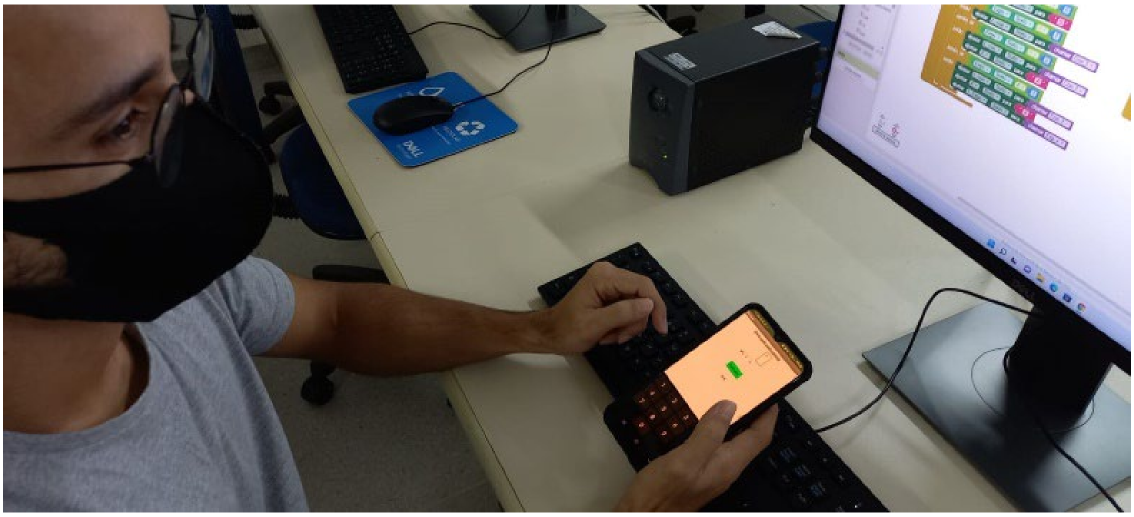
Como a proposta da programação, justamente está ligada ao ato de resolver problemas construindo soluções logicas, nestes casos os aplicativos voltados para realização de uma ação específica. Foi discutido a criação de um aplicativo, junto com os alunos, que pudesse conceber a derivada parcial da multiplicação de um polinômio de duas varáveis, cuja estrutura dos comandos foram trabalhadas em primeira instância numa função real. Uma vez que resolvida numa função real para abranger na função de duas variáveis ou n-variáveis, decorre como uma extensão dos conceitos. A seguir nas Figura 3 e 4 é mostrado eles realizando a etapas de programação pelo *App Inventor.*

Figura 3 – Alunos tentando resolver a derivada de uma função mais simples, fase de interface



Fonte: Elaboração Própria, 2022.

Figura 4 – Aluno programando e testando automaticamente as alterações no aplicativo, checando os resultados



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Diante das experiências, obtidas na oficina, foi possível refletir diversos pontos a respeito da criação do aplicativo de derivadas. Alguns deles foram: os conhecimentos prévios relativos à lógica matemática; capacidade de interação dos alunos com o computador; questionamentos sobre as possibilidades de utilização em outras demandas; e a necessidade de domínio dos conhecimentos do conteúdo para realização da ferramenta. Haja vista, que para oficina obter êxito em relação a proposta, os alunos devem ter consigo estes requisitos necessário.

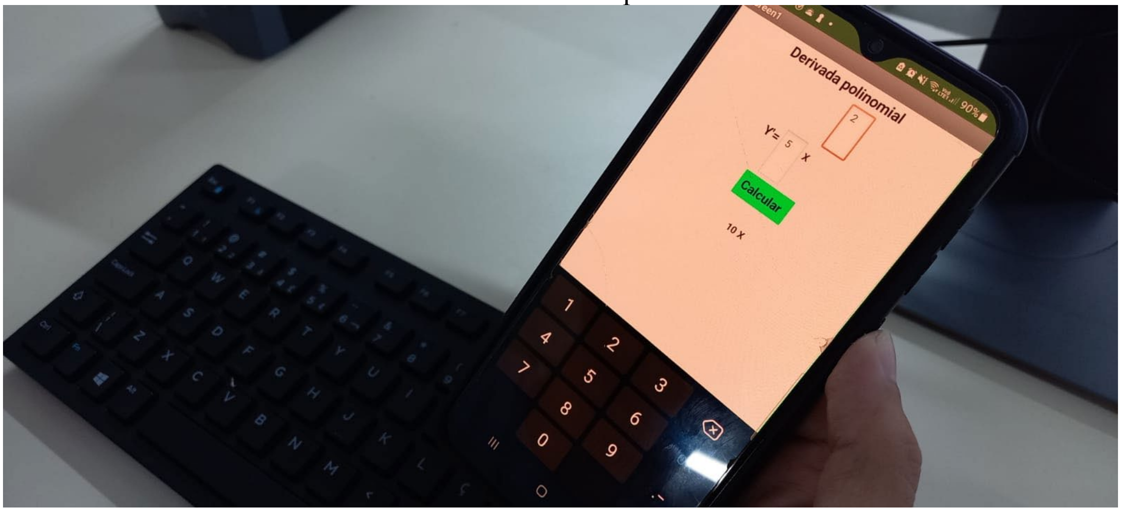
Nesta oficina, observa-se o quão significante foi para os alunos terem uma nova possibilidade de abordar os conhecimentos matemáticos. Uma vez que habituados com resolução comum, se deparam com possibilidade de transferi-la para o computador, organizar e resolve generalizadamente diversos problemas.

Obedecendo a dinâmica do pensamento computacional, foi feito uma análise do problema pelos alunos dos quais, decomporão o problema em fragmentos, resolvendo parte por parte, discutindo incialmente a interface, construindo um esboço de maneira coletiva para inseri-lo no *App Inventor*. Tendo a interface realizada a partir do questionamento: se o problema é derivada polinomial, com quais informações pode se trabalhar em sua derivação? Os estudantes finalizaram a interface, visando deixar espaços numéricos que possibilitem o cálculo através do algoritmo da derivação polinomial reconhecida como padrão para resolver estes tipos de problemas. Nota-se, que quando instigados a resolver um problema, que não está ligado apenas ao abstrato, os alunos tendem a se empenham mais.

Chegando à parte, referente aos cálculos e a programação, os alunos abstraíram as informações mais importantes e realizaram a separação dos cálculos e algoritmos lógicos que resolveram o problema. Nesta fase, teve mais atenção e acompanhamento em virtude dos alunos não se lembrarem de ideias lógicas de conectivos presentes na matemática, o (e) e o (ou) e a lógica de proposição (se) e (então). Assim, antes de começarem a programar, foi feita a retomada dos conceitos de proposição e conetivos. Observa-se a eficiência do da plataforma no momento que são feitas as alterações, ela responde com um feedback extremante rápido no aplicativo do celular.

Dessa forma, pode-se destacar a interação dos alunos com a programação, reforçando a atenção na hora de resolver o problema e revisando os passos realizados, onde na medida que interagem e se divertem vão criando seu aplicativo, revelando proximidade com *App*, que é essencial para resolver situações em que envolve este tipo de cálculo. Nessa perspectiva, Borba e Penteado (2012, p.46) reforça que “a sinergia é imensa entre uma proposta que enfatiza a pesquisa por parte dos alunos e uma mídia que facilita tal empreitada”. A seguir na Figura 5, tem-se o aluno fazendo teste.

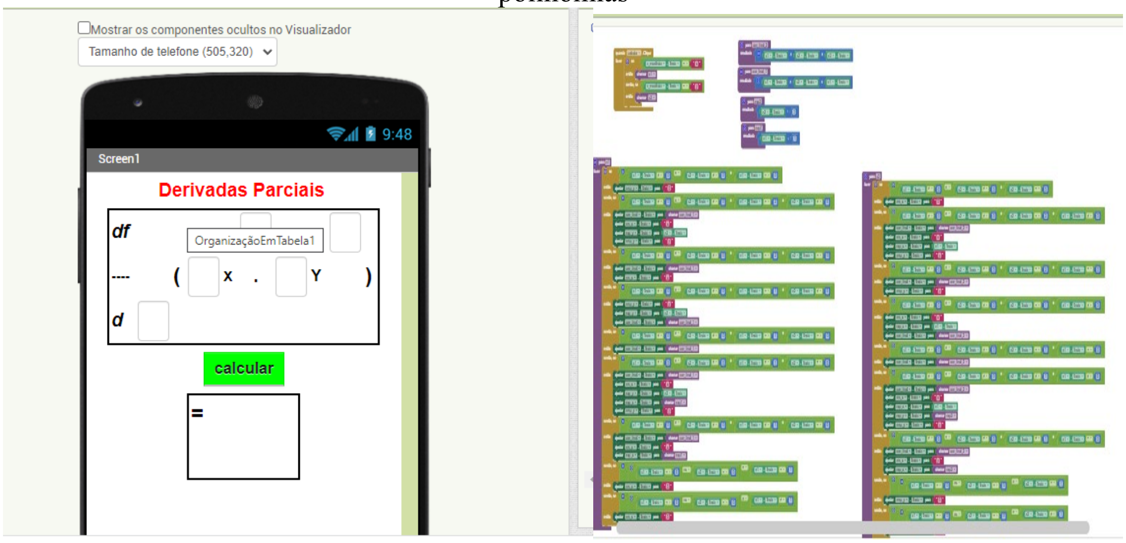
Figura 5 – Aluno observa os blocos e averigua pelo aplicativo se estão corretos os cálculos, vendo o funcionamento do aplicativo



Fonte: Elaboração própria, 2022.

Sabendo como é o aplicativo da derivada polinomial real, é mostrado como ocorreu a derivada polinomial mais abstrata, que é a de duas variáveis, e lançou-se o desafio para os alunos posteriormente, alcançarem este aplicativo estendendo os conceitos de uma derivada real para derivadas parciais em funções de duas variáveis, em um outro momento pós oficina. A seguir é mostrado na Figura 6 os blocos e interface, deste aplicativo, que calcula a derivada parcial da multiplicação polinomial de duas varáveis.

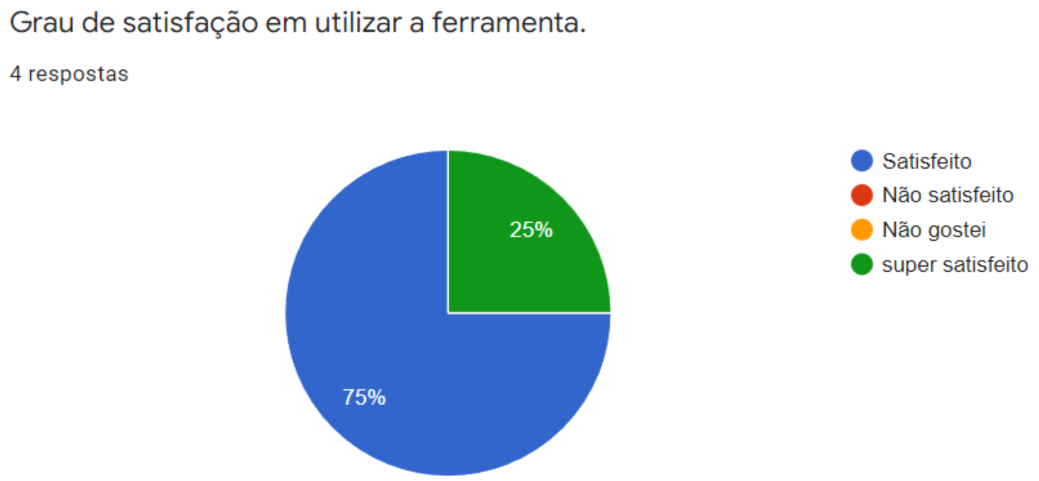
Figura 6 – Interface e blocos da calculadora de derivadas parcias da mutiplicação de funções polinomias



Fonte: Elaboração própria, 2022.

No mais, como foi realizado um formulário para entender o grau de satisfação e interesse em querer utilizar a ferramenta futuramente foi obtido na figura 7 o gráfico que indica a afeição pela ferramenta.

Figura 7 – Gráfico de satisfação por utilizar o *App Inventor* no estudo do cálculo

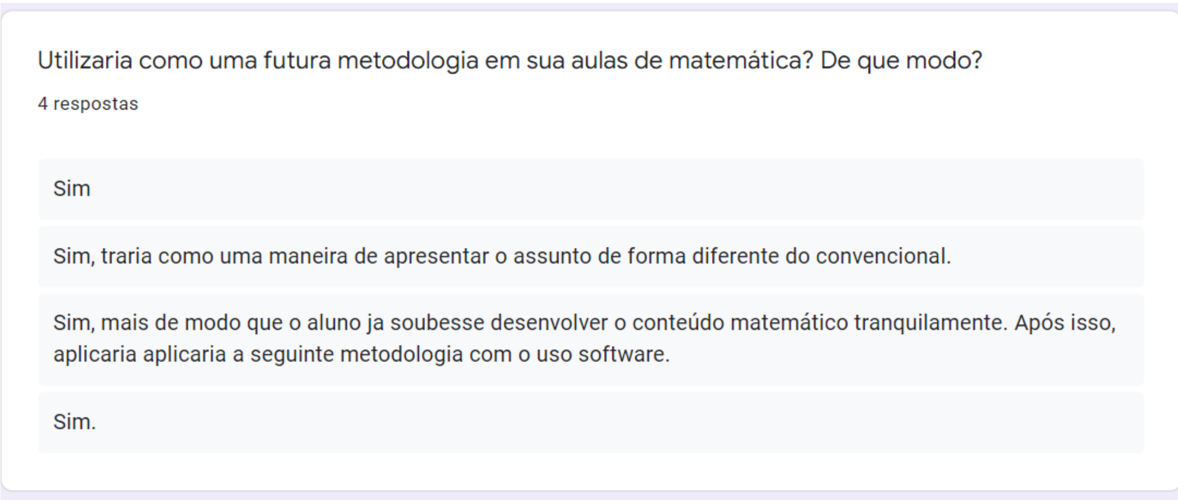


Fonte: Elaboração, própria 2022.

É perceptível enxergar alto nível de satisfação por utilizar a ferramenta, embora esses dados sejam de uma amostra pequena e basicamente todos tinham quase totalidade nos requisitos necessários para obter sucesso ao utilizar a ferramenta. Desta forma, havia máxima facilidades. Assim, as dificuldades mais frequentes eram apenas relativas a conhecimentos prévios de lógica matemática, não contendo nenhuma dúvida ao manusear a ferramenta, só mesmo na parte conceitual lógica. Além disso, foi possível ver que os participantes interagindo significativamente, isto pode ser em virtude de a ferramenta produzir interesse, ou também ter poucas pessoas presentes concedendo mais confiança e autonomia.

Outros questionamentos foram observados, Figuras 8 e 9.

Figura 8 – Saber se há interesse em abordar a programação como artificio metodológico no ensino da matemática.


Utilizaria como uma futura metodologia em sua aulas de matemática? De que modo?

4 respostas

Sim

Sim, traria como uma maneira de apresentar o assunto de forma diferente do convencional.

Sim, mais de modo que o aluno ja soubesse desenvolver o conteúdo matemático tranquilamente. Após isso, aplicaria aplicaria a seguinte metodologia com o uso software.

Sim.

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Essa questão descreve as maneiras pelas quais os alunos predem utilizar a programação futuramente. Sendo uma, como forma e inovadora de abordar o conteúdo pela primeira vez, e a outra como uma proposta de abordagem complementar, apenas utilizando a ferramenta quando os alunos estiverem munidos de conhecimentos prévios. Deste modo, vislumbra-se a vontade que os estudantes, possuem em se atualizar e melhorar suas capacidades aprender e ensinar.

Figura 9 – A programação e suas potencialidades, na visão de cada aluno.

Na sua opinião a programação potencializa o ensino-aprendizagem do cálculo? se sim ou não, explique o por que?

4 respostas

Sim. Usando a programação, podemos dizer que é uma outra maneira de fazer que o aluno consiga visualizar o que estar fazendo de outra forma.

Sim, ela abrange maneiras apresentar o assunto ao aluno, pode também instigar o aluno a aprender por ser diferente do convencional.

Sim, ajuda e muito, pois sou aluno de uma outra disciplina na qual o cassy também participa e os aplicativos abordado por ele e a professora facilita demais o envolvimento dos alunos e consequentemente poderíamos sim a vir ultilizar em sala de aula.

Sim. Se torna mais fácil e prático

Fonte: Elaboração própria, 2022.

Neste questionamento, é possível observar a percepção dos alunos em relação ao seu nível de aprendizagem e as possíveis causas para isso, decorrentes da programação. Relatando, que isto acontece em virtude de vários fatores, que levam o aluno a experimentar novas possibilidades de aprendizagem, saindo da maneira convencional que se situa o ensino-aprendizagem do cálculo, visto que se descentraliza da ideia mecanicista do cálculo apenas pelo cálculo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Contudo, ao longo desta pesquisa foi possível vislumbrar o aumento das expectativas em relação ao uso da programação e pensamento computacional, visto que, diante da intervenção realizada pela oficina observou-se um nível de aprendizagem, satisfação e participação, que superaram o grau de compreensão pretendida. Isto pois, esperava-se que o primeiro contato gerasse dificuldades, uma vez que a programação sendo inserida naquele momento poderia gerar confusão ao transferir os problemas e linguagens matemáticas para o computador. Em contrapartida, apresentam se familiarizar rapidamente com as formas de organizar as informações de interação entre homem e máquina relativas à interface. Mas, mesmo realizando os procedimentos promissoramente, ainda apresentam falhas, não por não saberem utilizar a ferramenta, mas sim por haver ausência de conhecimentos prévios relativos aos conceitos lógicos matemáticos.

Tendo em vista o objetivo de potencializar o ensino do cálculo de funções de várias variáveis a partir da criação de aplicativos pela plataforma *App Inventor*, vê-se o quanto foi diferencial trabalhar o mesmo assunto de uma maneira diferente, concedendo uma espécie de folego para os alunos que estão habituados a mesma rotina de estudos, além de se mostrar promissor na questão de separar informações, organizar ideias e trazer rigor a forma de tratamento do cálculo, uma vez que, estes atributos trabalhados na programação promove as condições necessárias para otimizar o estudo do cálculo. No mais, como a plataforma é gratuita e sua acessibilidade no que se diz respeito a testagem dos aplicativos possui diversas possibilidades seja no *smartphone* como através do emulador do computador. Ofertando totalidade na questão de assistência ao estudante.

Por fim, a pesquisa continua com sua proposta de subsidiar o cálculo de funções de funções de várias variáveis pela programação. Desta vez trabalhando a parte de aplicação de derivadas e o conteúdo de integras.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C. & PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Autêntica, 2012.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. 2017. 226 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, RS, 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/322684630_DESENVOLVIMENTO_DO_PENSAMENTO_COMPUTACIONAL_ATRAVES_DE_ATIVIDADES_DESPLUGADAS_NA_EDUCACAO_BASICA. Acesso em: 01 mai. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum:** Ensino Médio. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

VALENTE, J. A. & quot; Visão analítica da informática na educação no Brasil: a questão da formação do professor", **Revista Brasileira de Informática na Educação.** RS: Sociedade Brasileira de Computação, no 1, set. 1998b.

WING, J. M. (2008). Computational thinking and thinking about computing. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v.366, n. 1881, p. 3717–3725, 2008.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA DA TRANSFORMAÇÃO AO RESULTADO: A IMPORTÂNCIA DA INTELIGÊNCIA FINANCEIRA NA VIDA DO ALUNO

Thatyane Santos da Silva[1]
Joseilme Fernandes Gouveia[2]
Josevandro Barros Nascimento[3]
Stefany dos Santos Ferreira[4]
Laís Leopoldina Vieira de Oliveira[5]

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB– Brasil
thatyane.santos@academico.ufpb.br[1], joseilme@dcx.ufpb.br[2], josevandro@dcx.ufpb.br[3], stefanyferreira1614@gmail.com[4], laisleopoldinaufpb@gmail.com[5]

INTRODUÇÃO

A importância da Educação Financeira se estabelece por um conjunto de ações educativas com o intuito de fornecer noções sobre Finanças e Economia na alfabetização dos jovens e adultos. Esta alfabetização considera que conceitos econômicos e financeiros (consumo, gasto, poupança, leis de oferta e demanda, valor do dinheiro, juros e inflação decorrentes de crises econômicas, entre outros de complexidades diversas) são básicos e úteis para a sociedade na totalidade (KIYOSAKI, 2017).

No que tange a Educação Financeira nas escolas brasileiras, é possível observar que há poucas discussões sobre gastos, poupança, consumo, investimentos e planejamentos financeiros. A falta do ensino e aprendizagem sobre os conceitos da Educação Financeira nas escolas da educação básica brasileira podem contribuir para a falta de controle financeiro dos estudantes na vida adulta. Procurando mudar essa realidade, visando o consumo consciente dos jovens e adultos, em 2009 o Governo brasileiro lançou a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), visando promover uma análise sobre a evolução da Educação Financeira no Brasil. Já no ano de 2018, é inserido na Base Nacional Comum Curricular — BNCC (BRASIL, 2018) que propõe o estudo de conceitos básicos de Economia e Finanças, contextualizando e abordando os conteúdos “taxa de juros”, “inflação”, “aplicações financeiras” e “impostos”. A Educação Financeira é um processo que as pessoas precisam experimentar, principalmente as crianças e os jovens, para se tornarem conscientes de questões econômicas e financeiras. A justificativa da comunidade acadêmica é que, quanto antes as pessoas tiverem consciência ao tomarem decisões financeiras, melhores serão seus entendimentos sobre como funciona a economia de um país — em especial, do Brasil.

Assim, neste contexto, pretendeu-se responder ao seguinte questionamento: Qual o nível de conhecimento sobre Educação Financeira no ambiente escolar, por parte dos estudantes da Educação Básica, para se tornarem adultos proficientes e com habilidade para administrar suas finanças? Assim, o presente estudo tem o com objetivo analisar o nível da Educação Financeira de alunos do Ensino Médio das escolas públicas do Vale do Mamanguape – PB, relacionando com o projeto de extensão.

E, na busca de respondê-lo, parte da abordagem metodológica qualitativa e quantitativa, em que foi aplicada um questionário com jovens, com idade de 14 a 20 anos ou mais, onde 255 pessoas se dispuseram a responder. A ferramenta de coleta utilizada foi formulários do *Google Forms*, onde continha as questões. Através da pesquisa, conclui-se que parte dos entrevistados possuem uma inclinação para aprenderem sobre Educação Financeira, e que o conhecimento atual dos respondentes ainda é insuficiente, uma vez que, eles não tiveram contato suficiente sobre o tema nas escolas e, é importante ser discutido educação financeira no ambiente escolar.

A BNCC E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no contexto da Matemática, está associada a diversos campos dos saberes. Nesse sentido, inseriu-se a Educação Financeira no Ensino Fundamental e no Médio entre os anos de 2017, consolidado no ano de 2018. A implementação da Educação Financeira nas escolas foi fruto de um amplo debate em torno de como a Educação poderia estruturar uma forma de garantir a aprendizagem e o desenvolvimento de todos, estando conforme o Plano Nacional de Educação (PNE).

Vista como um tema transversal, a Educação Financeira dialoga com várias disciplinas do Ensino Médio. Além de informar, a Educação Financeira também forma e orienta pessoas que consomem, poupam e investem de forma responsável e consciente. A ideia apresentada pela BNCC considera as principais questões financeiras da atualidade, trazendo também respaldos históricos, a fim de permitir a construção de um pensamento em Educação Financeira, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até os últimos anos do Ensino Médio. O Ministério da Educação estabelece a Base Comum Curricular (BNCC) como um conjunto de aprendizagens necessárias, além de ser um documento estatutário indispensável a que o estudante tem direito.

Com essa Base, as redes públicas e particulares de ensino sucedem uma referência obrigatória para a elaboração ou adequação de suas propostas curriculares pedagógicas. A Matemática, na BNCC, articula-se de maneira distinta em diversos campos do conhecimento matemático. Ao abordar sobre os conceitos e definições da Educação Financeira no ambiente educacional e escolar, possibilita-se que o professor aborde, a partir de atividades didáticas pedagógicas de matemática, tópicos de matemática escolar inclusos no currículo, com contextualização que favoreça reflexões críticas e desenvolva nos estudantes argumentos matemáticos e não matemáticos, como valores familiares, crenças, emoções e heurísticas (HARTMANN, 2021). A BNCC (BRASIL, 2018) indica a necessidade de se desenvolver atividades contextualizadas com temas importantes aliado ao dia a dia do estudante, com ênfase sobre a Educação Financeira.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

A Educação Financeira vem sendo desenvolvida a partir de pesquisas e estudos a partir dos documentos legais no ambiente educacional, desde os posicionamentos sobre os assuntos aplicados e financiados pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2005). Com o avanço da temática sobre Educação Financeira e as discussões sobre as abordagens às quais seus aspectos estão relacionados e aplicados no dia a dia do cidadão, as pessoas desenvolvem e tecem reflexões sobre acontecimentos de compra, uso do dinheiro e, principalmente, consequências do consumo (HARTMANN, 2021).

Com as ideias desenvolvidas pela OCDE e outras propostas sobre a Educação Financeira no ambiente educacional, começa o desenvolvimento do movimento na escola. Para Silva e Powell (2013, 2015), ao defender a ideia de um projeto sobre Educação Financeira no ambiente escolar, foi aplicada, a princípio, a expressão "Educação Financeira Escolar", direcionada à Educação Básica. O objetivo desse projeto é educar financeiramente os estudantes nas escolas sobre a importância de se tornar cidadãos conscientes e não apenas consumidores. Nesse sentido, a Educação Financeira Escolar:

> Constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, por um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvem sua vida pessoal,

> familiar e da sociedade em que vivem (SILVA; POWELL, 2013, p. 12-13).

Jovens e adultos que recebem educação financeira e econômica nas escolas têm mais chances de se tornarem adultos aptos a tomar decisões de longo prazo, debater conscientemente sobre economia, entender como funciona a inflação no seu país e no mundo. Segundo Kiyosaki (2017), os estudantes saem da escola sem conhecimento ou habilidades financeiras. A escola possui um papel fundamental no desenvolvimento de crianças e jovens, desde que sejam ensinados assuntos que contribuam para o aprendizado dos estudantes. A Educação Financeira possui um papel importante na sociedade. Ela desenvolve principalmente o planejamento e do consumo consciente. Segundo a BNCC

> Cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente transversalmente e integradora. Na BNCC, essas temáticas são contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las contextualizadamente (BRASIL, 2018, p. 21).

Assim, a Educação Financeira possui um papel fundamental na vida de crianças, jovens e adultos. Ela possibilita a compreensão dos indivíduos com relação aos conceitos e produtos financeiros, além de direcionar a sociedade para um caminho próspero e com um amplo conhecimento do seu impacto na sociedade.

Pessoas com proficiência financeira tomam decisões racionais acerca dos seus gastos e investimentos. Pois, quanto mais jovens as pessoas aprendem sobre Educação Financeira e desenvolvem continuamente suas habilidades financeiras, mais preparados estarão para enfrentar a sociedade, e o mercado financeiro desenvolve sua inteligência financeira.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Quanto à abordagem do objeto de pesquisa, esta pesquisa classifica-se como de caráter quantitativo. A pesquisa quantitativa é um método de pesquisa social que utiliza a quantificação nas modalidades de coleta de informações e no seu tratamento, mediante técnicas estatísticas (MICHEL, 2005, p. 20). Esta pesquisa também pode ser classificada como qualitativa. Na pesquisa qualitativa a verdade não se comprova numérica ou estatisticamente, porém convence na forma de experimentação empírica, a partir da análise feita detalhadamente, abrangente, consistente e coerentemente, assim como na argumentação lógica das ideias (MICHEL, 2005, p. 22).

Para a construção do referencial teórico, procurou-se por assuntos da literatura acadêmica, livros de Educação Financeira, artigos científicos, projetos já elaborados anteriormente, com o interesse de aprofundar o tema para uma explanação crítica e científica. Quanto ao local de estudos, a presente pesquisa teve como campo de estudo escolas da rede pública de ensino do Vale do Mamanguape-PB, cujos nomes optou-se por não divulgar.

O sujeito abordado para a realização da pesquisa, definiu-se o aluno do 1º ao 3º ano do Ensino Médio como foco principal da pesquisa. Logo, o questionário aplicado teve por objetivo analisar os conhecimentos prévios sobre Educação Financeira de jovens de 14 a 20 anos (ou mais) das Escolas Públicas do Vale do Mamanguape-PB.

A entrevista é um instrumento de pesquisa cujo objetivo é obter informações de interesse para uma investigação. O pesquisador formula perguntas orientadas, para coletar dados, orientar outras fases da pesquisa e comprovar hipóteses. Segundo Gil (1987, p. 110), "a entrevista é uma forma de diálogo assimétrico, em que uma das partes coletará dados e a outra se apresenta como fonte de informação".

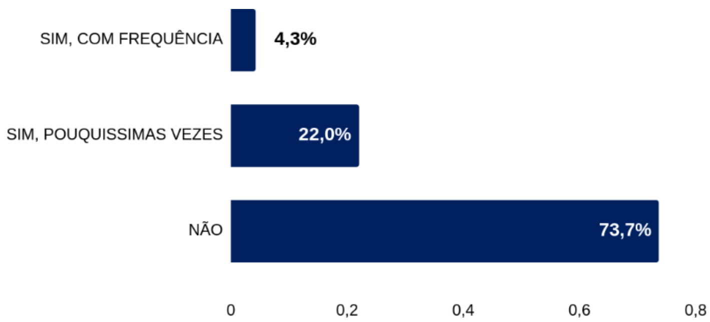
A coleta de dados tem por objetivo recolher informações baseando-se, geralmente, em um grupo, tornando-se útil quando reunimos informações sobre determinado tema. Segundo Gil (1987, p. 126) "a construção do questionário consiste basicamente em traduzir os objetivos específicos da pesquisa em itens bem redigidos". Foi utilizado o *Google Forms* (questionário *on-line*) para a obtenção das informações necessárias para quantificar e mensurar o grau de instrução financeira desses alunos. Coletaram-se informações de 255 respondentes, com uma margem de erro de 5% ao nível de 95% de confiança, considerando-se o processo não-probabilístico de amostragem por acessibilidade.

Os dados obtidos na pesquisa são demonstrados por gráficos e apresentados quantitativamente para as perguntas de múltipla escolha. As respostas dissertativas são apresentadas qualitativamente. Os *softwares* utilizados na pesquisa foram o Excel e Word. Na próxima seção, são apresentados os resultados obtidos a partir da coleta do questionário aplicado aos estudantes do Ensino Médio das escolas da rede pública de ensino do Vale do Mamanguape-PB.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos a partir da coleta do questionário aplicado aos estudantes do Ensino Médio das escolas da rede pública de ensino do Vale do Mamanguape-PB. No que tange à Educação Financeira, segundo Melo (2019, p. 3), esta é uma temática recente, principalmente no campo educacional. Por muito tempo o assunto foi tratado apenas por instituições financeiras, privadas ou públicas, por consultores financeiros que orientam a população acerca do uso do dinheiro visando a evitar o endividamento e consequentemente o comprometimento da renda. Logo, a pesquisa teve por finalidade tratar de questões sobre a Educação Financeira no ambiente escolar. Quando questionados se possuem algum conhecimento com Educação Financeira em alguma disciplina ou oficinas na escola dos respondentes

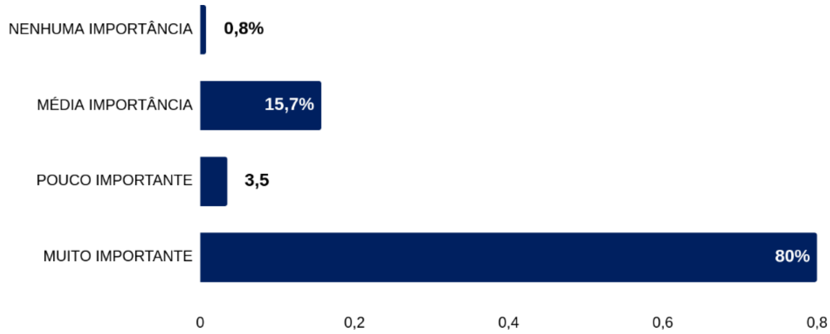
Figura 1 – Você já teve contato com Educação Financeira em alguma disciplina ou oficinas na escola?



Fonte: Elaboração própria (2022)

A Figura 1, indica o percentual de respostas dos participantes quando questionados sobre seu contato com a Educação Financeira nas escolas. 73,7% deles responderam que não; 22% responderam que sim (mas, pouquíssimas vezes); e 4,3% responderam que sim e com frequência. Argôlo (2019, p. 31), diz que: "o estudo da Educação Financeira é um tema importante para qualquer indivíduo que deseja conhecer como organizar sua vida financeira e a escola o espaço para as discussões". Neste sentido, pode-se entender que os resultados da Figura 2, não corroboram com o pensamento de Argôlo, em que cabe à escola o encargo de promover ações voltadas para incentivar seus alunos a desenvolverem atividades, discussões e rodas de conversa orientadas por professores de diferentes áreas. Pois, 73,7% dos alunos do Ensino Médio alegam não terem tido contato com a Educação Financeira nas escolas.

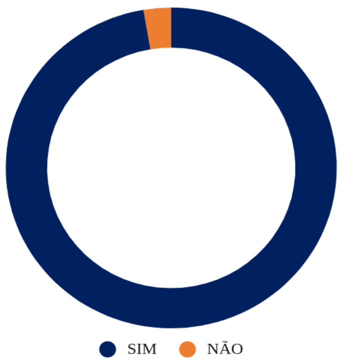
Figura 2 – Indique o grau de importância caso a escola inserisse a disciplina de Educação Financeira para os alunos do Ensino Médio



Fonte: Elaboração própria (2022)

Questionados sobre a importância das escolas oferecerem a disciplina sobre Educação Financeira no Ensino Médio, 80% dos respondentes disseram ser muito importante; 3,5% acham pouco importante; 15,7% consideram de uma média importância; e 0,8% responderam que a disciplina sobre Educação Financeira para os alunos do Ensino Médio não tem nenhuma importância. Com essa coleta de dados, conclui-se que 80% dos alunos respondentes acham ser relevante o ensino sobre finanças nas escolas da rede pública do Vale do Mamanguape-PB. Conclui-se que cerca de 95,7% dos entrevistados consideram ser de grande importância que as escolas ofereçam o ensino sobre Educação Financeira.

Figura 3 – É importante que os alunos do Ensino Médio tenham acesso à Educação Financeira nas escolas?



Fonte: Elaboração própria (2022)

A fim de validar a pergunta anterior, questionou-se, em seguida, sobre a importância da Educação Financeira nas escolas públicas para os alunos do Ensino Médio. 97,3% dos alunos responderam haver importância; com isso, tem-se que 248 de 255 dos respondentes estão inclinados a aprenderem sobre Educação Financeira. Apenas 7 dos 255 responderam não haver importância, o equivalente a 2,7% dos respondentes. Segundo Argôlo,

> Trabalhar a temática Educação Financeira na escola desde o início da Educação Básica, inserindo atividades simples do dia a dia, poderá contribuir para ampliar o conhecimento sobre este tema. Não é possível esquecer que esses jovens já chegam à escola com uma bagagem de conhecimentos prévios que deve ser considerada. Essas vivências compartilhadas com a coletividade de sala de aula enriquece o trabalho do professor e valoriza as experiências de cada um. Mais adiante, quando esses jovens já tiverem aprendido ser importante cuidar dos seus recursos financeiros, terão a possibilidade de assimilar lições importantes como poupar, gastar, economizar, não contrair dívidas e refletir a respeito de suas 30 escolhas. Tais comportamentos podem fazer a diferença na condução de sua vida financeira (ARGÔLO, 2019, p. 29).

Mas, o percentual de 97,3% da terceira pergunta vai ao encontro do percentual de 73,7% com a segunda pergunta. Em que os estudantes consideram importante estudar sobre finanças nas escolas e comentam sobre a importância desta temática nas escolas.

A quarta última pergunta, solicitou-se ao respondente (considere-se "E1" como o respondente 1; "E2" como o respondente 2; "E3" como o respondente 3; e assim sucessivamente) que justificasse sua resposta e algumas respostas foram selecionadas de forma aleatória e apresentadas a seguir, da seguinte maneira é com foco nas considerações que os respondentes desejam fazer sobre Educação Financeira.

> E1: "Que todas as escolas deveriam inserir a educação financeira para crianças e adolescentes para que no futuro sejamos adultos conscientes com nossas economias".
> E2: "A educação financeira é muito importante para o nosso mundo social, porque a situação financeira está relacionada em tudo que fazemos no dia a dia".
> E3: "A educação financeira é muito importante para sua vida, pois tem o objetivo de ensinar a manter o controle do seu dinheiro para não ter uma vida com muitas dúvidas acumuladas. Ela serve justamente para controlar o que você deve ou precisa, ou quer comprar. Uma pessoa que não sabe nada sobre educação financeira gasta dinheiro com besteira; muitas das vezes estamos vendo um celular que acabou de lançar custando o olho da cara, com pessoas que compram mesmo estando devendo, apenas para ficar na moda, mais isso tudo é inconsequente porque você além de já está devendo está fazendo mais dúvidas. Agora se você já sabe da educação financeira, se você precisar de algo você terá o dinheiro que você reservou, por isso que a educação financeira é muito importante".

A quarta e última etapa norteou a abordagem sobre o nível de Educação Financeira dos respondentes. Os respondentes tiveram a oportunidade de refletir sobre suas respostas e fizeram algumas considerações sobre o assunto. No total, foram respondentes 255 alunos com idades entre 14 e 20 (ou mais), cursando do 1º ao 3º ano do Ensino Médio das escolas da rede pública de ensino do Vale do Mamanguape-PB. No próximo tópico, são apresentadas as considerações finais sobre a pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa foi realizada em diversas escolas situadas no Vale do Mamanguape-PB, e teve como objetivo investigar os conhecimentos dos estudantes do 1º ao 3º ano do Ensino Médio da rede pública de ensino sobre a Educação Financeira.

As perguntas foram elaboradas e coletadas por meio do questionário diagnóstico, aplicado aos respondentes, e sua aplicação durou em média quinze dias, em que foram coletados dados de 255 jovens, foi possível observar em algumas respostas que os respondentes possuem pouco ou quase nenhum conhecimento sobre o tema; e há pouca discussão sobre investimentos, finanças, poupança, planejamento financeiro, gastos e consumo.

O objetivo deste trabalho foi investigar e identificar a classificação socioeconômica dos estudantes; analisar seu nível educacional financeiro; e compreender a importância da Educação Financeira por parte dos estudantes nas escolas. Assim, podemos afirmar que os objetivos da pesquisa foram alcançados, pois, os resultados obtidos foram satisfatórios. A maioria dos respondentes acredita que ter conhecimento sobre Educação Financeira é importante para o gerenciamento de gastos, consumo, investimentos e poupança. Além disso, observamos em nossa pesquisa que os respondentes afirmam que nunca tiveram contato com Educação Financeira nas escolas. Assim, fica explícito que a escola deve procurar meios e alternativas de inserir o ensino sobre Educação Financeira em sua grade curricular, seguindo as diretrizes da BNCC.

Está pesquisa conseguiu promover um pensamento crítico aos respondentes com relação à organização financeira presente e futura. Pois, serviu como uma autoanálise de como a Educação Financeira é escassa em algumas escolas da rede pública de ensino do Vale do Mamanguape-PB e o quanto isso reflete na maneira como as pessoas administram seu dinheiro.

Concluímos que a Educação Financeira está inserida na BNCC desde 2018 e que os dados coletados nos mostraram que poucos alunos tiveram oportunidade de ter acesso a esse tipo de ensino, mas muitos expressaram o desejo de ter um conhecimento mais aprofundado sobre o assunto; tanto para se tornarem proficientes em finanças como para ajudar familiares e amigos na gestão de recursos financeiros. Neste caso, fica claro importância do projeto de extensão no ambiente escolar e que quanto mais cedo o jovem tiver acesso à educação financeira, mais fácil será para ele administrar seu dinheiro no futuro, tornando-o mais responsável, consciente financeiramente e disciplinado com suas finanças.

REFERÊNCIAS

ARGÔLO, P. S. D. **Educação financeira na sala de aula: uma proposta metodológica para o ensino da Matemática no Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 out. 2021.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social.** São Paulo: Atlas, 1987.

HARTMANN, A.I. L. B.; MARIANI, R.D.C. , P.; MALTEMPI, M. V.. **Educação Financeira no Ensino Médio: uma análise de atividades didáticas relacionadas a séries periódicas uniformes sob o ponto de vista da educação matemática crítica**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, [S.L.], v. 35, n. 70, p. 567-587, maio de 2021. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a02.

KIYOSAKI, R. T. **Pai rico, pai pobre:** o que os ricos ensinam a seus filhos sobre dinheiro; traduzido por Maria José Cyhiar Monteiro. 2. Ed. Rio de janeiro: Alta Books, 336p. 2017.

MICHEL, M. H. **Metodologia e Pesquisa Científica: um guia prático para acompanhamento da disciplina e elaboração de trabalhos monográficos**. São Paulo: Atlas, 2005.

MELO, D. P. D.; PESSOA, C. A. D. S. Educação financeira no ensino médio: possibilidades. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 3, n. 2, p. 488–513, 29 ago. 2019. https://doi.org/10.33238/ReBECEM.2019.v.3.n.2.22536.

OCDE. **Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness.** Directorade for Financial and Enterprise Affairs. 2005. Disponível em: http://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf. Acesso em: 05 mai. 2020.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. **Educação Financeira na Escola: A perspectiva da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico**. Boletim GEPEM, Seropédica, v. 66, p. 3-19, jan./jun., 2015.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. **Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. Anais. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, p. 1-17, 2013.

PIBID-MATEMÁTICA DA UFPB/CAMPUS IV: UM BALANÇO DO PROGRAMA A PARTIR DE DADOS DE EGRESSOS

Carlos Alex Alves [1]
Claudilene Gomes da Costa [2]
Agnes Liliane Lima Soares de Santana [3]

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB – Brasil

Carlos.alex@unesp.br, claudilene@dcx.ufpb.br, agnes@dcx.ufpb.br

INTRODUÇÃO

A formação de professores é um dos temas mais discutidos por pesquisadores, professores e estudiosos de todo país, este fato deve-se à necessidade de construir projetos e ações de formação inicial e continuada de forma articulada entre instituições formadoras, instituições educacionais da Educação Básica e Sistemas de Ensino.

Neste sentido, como ações que concedesse um aperfeiçoamento e valorização a formação de professores para a Educação Básica, a Diretoria de Formação de Professores da Educação Básica– DEB, órgão pertencente à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES por meio da Lei n.º 11.502 de 2007 (BRASIL, 2007), cria o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), com intuito de melhorar a qualidade da Educação nacional, fomentando estabelecendo a articulação entre a educação superior (por meio das licenciaturas) e a escola, promovendo a interação entre alunos e professor em um movimento dialógico, transformando-os protagonistas na construção dos seus saberes matemáticos. incentivando que a formação inicial de licenciandos relacionasse o saber universitário ao saber prático desenvolvido na sala de aula.

É fulcral destacarmos que o Pibid permite reflexões sobre seus benefícios, a fim de possibilitar que os cursos de licenciatura revejam suas práticas formativas e estruturas curriculares, além de ser fundamental nos debates recentes sobre a formação inicial e em serviço de professores. Logo, é possível relacionar a importância do Programa com a formação da Identidade Docente (ID), visto que a inserção do licenciando no ambiente escolar contribui com seu desenvolvimento (GATTI *et al.*, 2014; FELÍCIO, 2014; NÓVOA, 2009; SILVEIRA, 2015).

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) da Universidade Federal da Paraíba, campus IV iniciou suas atividades em outubro de 2010, desde então participou de todos os editais e ao longo de mais de uma década de projeto é possível afirmar que o Pibid vem sendo um complementador da formação inicial dos nossos licenciandos, uma vez que desde do início de sua graduação, o licenciando tem seu primeiro contato com a prática docente. Além disso, o Pibid/Matemática/Campus IV incentiva a participação ativa em eventos científicos e congressos, motivando-os a compartilharem conhecimento.

Neste sentido, essa pesquisa teve como objetivo maior apresentar um levantamento de do Pibid-Matemática da UFPB/*Campus* IV, de uma década de atuação no Curso de Licenciatura em Matemática, da UFPB/Campus IV, realçando suas ações e contribuições para a formação inicial e trajetória profissional de seus egressos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Participaram da pesquisa 46 egressos do curso de licenciatura em Matemática, da Universidade Federal da Paraíba, Campus IV. O instrumento de coleta de dados foi um questionário elaborado por meio do GoogleDocs contendo 12 questões.

Com base nas respostas do questionário, buscamos sistematizar os dados em cinco categorias de análise, construídas a *posteriori*. Esse processo, também assumido por nós como um exercício hermenêutico (GARNICA, 2010), pode ser observado no Quadro 1.

Quadro 1 - Sistematização da pesquisa.

Categorias de Análise	Questões Relacionadas
(i) Os Egressos no Pibid-Matemática	1, 2, 6, 7 e 10
(ii) Os Egressos e sua Formação Docente mediatizada pelo Pibid-Matemática	4 e 9
(iii) Os Egressos e sua Atuação Docente mediatizada pelo Pibid-Matemática	11, 8 e 3
(iv) Os Egressos e sua Produção Científica mediatizada pelo Pibid-Matemática	5
(v) Os Egressos e Pós-Graduação	12

Fonte: Os autores (2022).

Com base nos dados registrados no questionário, passaremos a discorrer no presente capítulo as categorias (i) e (ii), analisando e elucidando como o Pibid-Matemática contribuiu para a formação inicial e trajetória profissional de seus egressos no lapso temporal de 2011 a 2022. As demais categorias estão em fase de análise para serem publicadas em trabalhos vindouros.

(i) Os Egressos no Pibid-Matemática

A partir das questões 1, 2, 6, 7 e 10 do questionário aplicado, procuramos mapear alguns dados gerais sobre os egressos, tais como ano de entrada, trabalho realizado, permanência e saída do Pibid-Matemática. Não obstante, reconhecemos que por se tratar de um exercício hermenêutico, outros olhares podem revelar novas perspectivas de análise sobre os dados em questão.

Os 46 egressos datam os anos de ingresso no Pibid-Matemática entre 2010 e 2017, com maior quantitativo registrado nos anos de 2010 (11 egressos) e 2014 (10 egressos). Conjecturamos que esses resultados possam estar relacionados com o fato de nesses anos terem ocorrido a divulgação dos editais da Capes para início dos subprojetos nas IES, com duração de quatro anos de cada edital.

No caso peculiar da Pibid-Matemática da UFPB/Campus IV, o processo de ingresso dos egressos sempre foi gerido pela coordenadora e colaboradoras do subprojeto mediante processo seletivo constante de questões problematizadoras e/ou escritas de texto envolvendo a tríade Ensino da Matemática, Escola e Pibid.

Nos editais dos anos destacados anteriormente, a chamada disponibilizava 24 bolsas para os licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática da UFPB/Campus IV, o que resulta em um total de 48 bolsistas. Esse descompasso com o nosso banco de dados especificamente para esses anos delimita a um só tempo possíveis dificuldades enfrentadas para mapear nossos egressos e a necessidade de pensar em estratégias efetivas de registro desses egressos em sua trajetória no subprojeto.

Para os demais anos, o quantitativo de ingresso representava uma substituição de bolsistas que acabavam saindo do subprojeto [2011 - 2 egressos; 2012 - 8 egressos; 2013 - 2 egressos; 2015 - 7 egressos; 2016 - 2 egressos; 2017 - 4 egressos]. Quando Indagados sobre as razões da saída do Pibid-Matemática da UFPB/Campus IV, os egressos apresentaram as seguintes respostas: 23 deles saíram em razão do término da Graduação; 13 deles saíram em por completarem o tempo máximo de 4 anos de permanência no subprojeto, conforme regulamentação da Capes; 5 saíram por reprovação em disciplina, o que culminou na subtração da bolsa; e 5 saíram por razões não anunciadas pelos egressos.

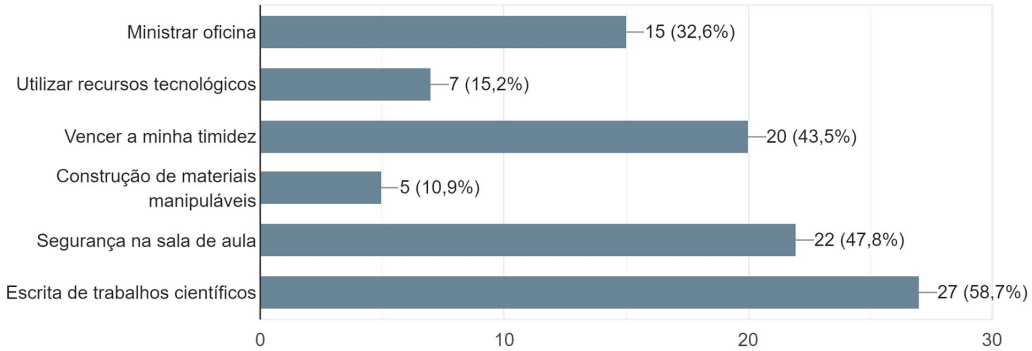
Em síntese, esses resultados nos permitem inferir, por exemplo, que o subprojeto tem sido um espaço sustentável e de prestígio acadêmico para os licenciandos/licenciados do Curso de Matemática. Certamente, a oferta da bolsa é um mecanismo socioeconômico imprescindível para a manutenção do programa nas IES e permanência dos estudantes não apenas no próprio programa, mas também na conclusão do curso, razão pela qual 27 egressos registraram que sem a bolsa do Pibid não teriam conseguido concluí-lo.

Este cenário já havia sido apontado em estudo realizado por Alves, Alves e Silva (2014) - quando investigou os contributos do Pibid para os licenciandos do Curso de Matemática da UFPB/Campus IV - e também converge com o recente estudo bibliográfico desenvolvido por Santos, Pilatti e Bondarik (2022) sobre a evasão no ensino superior brasileiro, tendo como principal causa apontada pela literatura específica os fatores financeiros das classes sociais menos favorecidas.

Nesse sentido, realçamos a importância de programas de formação de professores como o Pibid, sua devida valorização pelos órgãos governamentais de fomento e a sua ampliação de bolsas para que se consiga agregar e garantir a um contingente maior de estudantes a conclusão do Ensino Superior.

Além do desafio financeiro e acadêmico a ser superado, os estudantes bolsistas do Pibid-Matemática têm que desenvolver suas atividades no interior do subprojeto junto a escola parceira e participar de eventos acadêmicos internos/externos. Nesse sentido, procuramos investigar quais os principais desafios enfrentados pelos egressos durante a participação no subprojeto da UFPB/Campus IV no sentido de tentar compreender quais aspectos precisam ser melhor gerenciados e conciliados com e pelos os estudantes bolsistas do Pibid a partir de depoimentos dos próprios egressos. Os registros podem ser observados na Figura 1.

Figura 1 - Desafios dos Egressos no Pibid-Matemática.



Fonte: Os autores (2022).

Os egressos poderiam indicar até 3 alternativas para esta pergunta, razão pela qual observamos índices percentuais não-padronizados. Não obstante, constatamos que a escrita de trabalhos científicos, trilhar os primeiros passos da docência na sala de aula e vencer a timidez foram os principais desafios apontados.

Sobre os desafios da timidez e segurança em sala de aula apontamos a importância de compreendermos o processo de transição entre o aluno licenciando e o aluno futuro professor de matemática. Desta forma, é preciso estar atento e sensível aos modos pelos quais os licenciandos vão se percebendo e se constituindo professores de matemática desde as primeiras experiências de iniciação à docência mediatizadas pelo Pibid e/ou desde os primeiros anos da docência no espaço escolar (ROCHA e FIORENTINI, 2005; FREIRE, 2006).

Para tanto, pontuamos a importância dos cursos de formação de professores lançarem mão de práticas pedagógicas e formativas que rompam com teorias curriculares tradicionais e com a mobilização da Matemática estritamente simbólica, formalista e desprovida de seus significados sociais, políticos e culturais e de suas relações intersubjetivas com aqueles que a fazem (CHARLOT, CAVALCANTI e SILVA, 2022).

No tocante específico ao Pibid-Matemática, o trabalho com narrativas escritas desenvolvido por Moura, Rodrigues e Angelico (2021, p. 1) realça como os 20 pibidianos participantes da investigação acabaram percebendo os acontecimentos atravessados pelo exercício da docência e como essa tomada de consciência os ajudaram

> [...] a) lidar com os sentimentos de insegurança, medo e despreparo; b) elaborar estratégias de ensino a partir do conhecimento dos alunos, das suas dificuldades e formas de pensar; e c) refletir sobre as implicações das ações docentes na vida dos alunos. Assim, a narrativa escrita se manifestou como fonte de ressignificação das experiências na escola e de apoio ao processo de transição da visão de aluno à de professor na formação inicial.

Em nossa experiência no Pibid-Matemática da UFPB/Campus IV utilizamos e mobilizamos a autoavaliação em uma investigação envolvendo a primeira experiência de iniciação à docência com os cinco primeiros bolsistas da turma 2020-2022. Dentre os principais resultados inferidos no estudo, apesar da ansiedade e a insegurança com a gestão do tempo, alcance dos objetivos de aprendizagem e pelo fato de terem realizado essa "primeira aula" no cenário advindo do Ensino Remoto Emergencial provocado pelo novo Coronavírus, suas narrativas apontaram acenos positivos na primeira experiência de iniciação à docência e desvelou no campo teórico a plausividade de ressignificar a autoavaliação concebida por Régnier (2002) no tocante ao Ensino e Aprendizagem da Matemática como instrumento de regulação na e da formação inicial de professores de matemática e no próprio Pibid-Matemática enquanto espaço formativo (ALVES, SANTANA e COSTA, 2020).

No tocante aos egressos, suas percepções sobre o Pibid-Matemática nos permitiram constatar que 45 deles registraram em suas respostas que o subprojeto incentiva a formação docente no Ensino Superior, promove a integração entre Universidade-Escola, ajuda na melhoria da aprendizagem da disciplina de Matemática na Educação Básica e contribui para a articulação entre a relação teoria-prática.

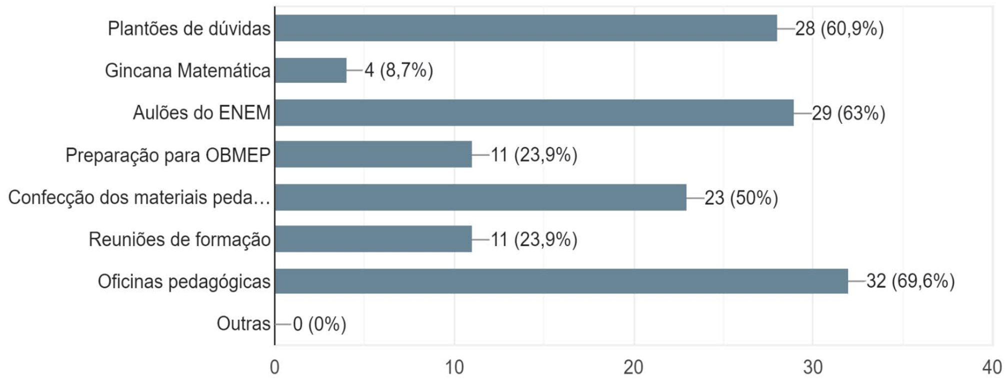
Cabe destacar que também desenvolvemos o Pibid-Matemática na UFPB/Campus IV pelas chamadas dos editais da Capes nos anos de 2018 e 2020-2022, mas os estudantes ainda não concluíram o curso de Licenciatura em Matemática e, portanto, não estão inseridos em nosso banco de dados no presente capítulo.

(ii) Os Egressos e sua Formação Docente mediatizada pelo Pibid-Matemática

Sobre as contribuições do Pibid-Matemática para a formação docente de seus egressos, respaldamos nossas análises com base nas atividades desenvolvidas no interior do próprio subprojeto. Também utilizamos uma escala avaliativa de 0 a 10 para que eles pudessem registrar essas contribuições em dados numéricos.

Nesse sentido, observamos na escala avaliativa que 37 egressos registraram “10” na escala, 5 registraram “9” e 4 registraram “8”, o que mensura categoricamente os impactos positivos do subprojeto na formação docente dos seus egressos. No que tange às atividades desenvolvidas no interior do subprojeto, os resultados registrados pelos egressos podem ser vislumbrados na Figura 2.

Figura 2 - Contribuições do Pibid-Matemática na Formação Docente dos Egressos.



Fonte: Os autores (2022).

Frente a diversidade das atividades experienciadas, observamos que umas se sobressaíram em relação às outras nos registros dos egressos, a exemplo dos plantões de dúvidas, aulões de preparação para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e as oficinas pedagógicas. Essas atividades eram desenvolvidas no chão da escola diariamente e/ou periodicamente em grupos de trabalho, sendo planejadas conjuntamente com toda a equipe do subprojeto e tendo como núcleo vital as necessidades dos estudantes das escolas públicas.

Não obstante, isso não significa que em linhas genéricas algumas foram tratadas com atenção especial na gestão do subprojeto e/ou que tenham recebido valor simbólico desigual no âmbito das práticas escolares. Também não significa que estas preferências são atemporais, inflexíveis e/ou imutáveis no que diz respeito à trajetória profissional dos egressos, pois o meio experienciado é fator decisivo para mudanças de crenças, concepções, percepções, planejamentos e de práticas.

Como aponta Charlot (2000), o filho do homem quando nasce é obrigado a aprender para ser. Assim, na sua visão antropológica, o autor defende que o homem não é, ele se torna ou constitui-se mediante um conjunto de relações e processos consigo mesmo, com o outro e com o mundo, e estas estão imbricadas com ele nas relações com o saber. Desta forma, há uma dimensão identitária na relação do homem com o saber, de tal modo que o sentido de algo que se aprende, que se experiencia em uma situação didático-pedagógica também tem relação com a história do sujeito que está imerso nela e de como se relaciona nela e com ela.

Desta forma, cabe destacar que essas relações dos egressos com tais atividades e seus registros sobre as contribuições trazidas para a sua formação docente não é garantia de que elas sejam replicadas no espaço escolar na condição de professores iniciantes de matemática (IZA e SOUTO, 2014).

Nessa direção, apontamos a importância de conceber o espaço formativo do Pibid não como um cenário de réplicas pedagógicas, de treinamento de e para a execução de práticas escolares presentes e/ou vindouras, mas como um espaço de práxis, de forma-ação e de trans-forma-ação em virtude das condições que lhes estão (im)postas, seja no contexto estritamente escolar, didático, pedagógico, da sala de aula, dos estudantes, dos objetos de conhecimento matemático a serem ensinados e aprendidos etc.

Sob esta nuance, interpretamos que até mesmo o Pibid situado como o "terceiro espaço" da formação inicial de professores no Brasil (FELÍCIO; 2014; RODRIGUES,

2016) necessite agregar outros referenciais teóricos e novas perspectivas formativas de impacto que enfoque as relações entre a teoria-prática, universidade-escola, políticas públicas-formação de professores, formação docente-desenvolvimento profissional, mas também que influencie os licenciados-licenciados nos saberes deles e no trabalho deles com os seus pares no chão da sala de aula.

Considerando nossa experiência no Pibid-Matemática da UFPB/Campus IV desenvolvida no período pandêmico (2020-2022) junto a escola pública parceira, buscamos trilhar o caminho caminhando, usando como principais estratégias de formação os princípios da cabeça bem-feita e da incerteza discutido por Morin (2000; 2003).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso caminhar investigativo se deu pelo seguinte problema de pesquisa: o Pibid-Matemática da UFPB/*Campus* IV contribuiu para a formação inicial e trajetória profissional de seus egressos? Se sim, quais foram seus contributos? Longe de esgotar nossa perquirição, os resultados analisados e registrados ao longo do presente capítulo revelaram contribuições formativas, profissionais e científicas.

Almejamos que este capítulo também seja interpretado na sua dimensão política, sendo uma "prestação de contas" para a sociedade e para os órgãos governamentais de fomento perceberem como o programa do Pibid precisa ser valorizado, consolidado e potencializado com mais investimentos financeiros e aumento de recursos humanos para que mais estudantes das licenciaturas brasileiras, professores da Educação Básica e escolas públicas tenham condições de experienciar suas potencialidades formativas, profissionais e científicas e contribuir para a sua permanente renovação no cerne da docência.

REFERÊNCIAS

ALVES, Carlos Alex; ALVES, Francisca Terezinha Oliveira; SILVA, Jacilene Pereira da. Estreitando laços entre a escola e a universidade: os contributos do projeto Pibid para a formação de professores e futuros professores de matemática. In: 4ª ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E 2º ENCONTRO NACIONAL PIBID MATEMÁTICA – Educação Matemática para o Século XXI: trajetórias e perspectivas, 4, 2, 2014, Santa Maria. **Anais do IV EIEMAT e II Encontro Nacional PIBID Matemática.** Santa Maria: UFSM, 2014. Volume 1. Número 1. P. 1-10.

ALVES, Carlos Alex; COSTA, Claudilene Gomes da; SANTANA, Agnes Liliane Lima Soares de. O pibid-matemática em tempos de pandemia: explorando novos caminhos com outros olhares. In: **E-book VII CONEDU 2021**. Campina Grande: Realize Editora, 2022. Volume 3. P. 560-576.

ALVES, Carlos Alex; SANTANA, Agnes Liliane Lima Soares de; COSTA, Claudilene Gomes da. A autoavaliação na formação inicial: os fazeres, os saberes e os dizeres de pibidianos na primeira experiência de iniciação à docência. In: 7º SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PRÁTICAS DE EDUCATIVAS (VII SECAMPO), 7, 2020, Mamanguape. **Anais do VII SECAMPO.** Mamanguape: Editora UFPB, 2020. P. 947-969.

BRASIL. *Lei n.º 11.502, de 11 de julho de 2007* Modifica as competências e a estrutura organizacional da fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior [...]. Brasília: Presidência da República, 2007. Disponível em: https://cutt.ly/2JVhm3Z. Acesso em: 21 agosto 2022.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber:** elementos para uma teoria.Tradução Bruno Magne. Porto Alegre: Artmed, 2000.

CHARLOT, Bernard; CAVALCANTI, José Dilson Beserra; SILVA, Veleida Anahí da. Matemática do Céu, Matemática da Terra e Matemática do Sapiens. **Archivos De Ciencias De La Educación,** Buenos Aires, v. 16, n. 21, p. e103, jun./nov. 2022.

FELÍCIO, Helena Maria dos Santos. PIBID como “terceiro espaço” de formação inicial de professores. Revista Diálogo Educ., v. 14, n. 42, p. 415-434, Curitiba/PR, 2014. Disponível em: https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/6587. Acesso em: 14 de ago. 2022.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 34. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2006.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Outras inquisições: apontamentos sobre História Oral e História da Educação Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, n. 34, p. 259-304, jul/dez. 2010.

GATTI, Bernardete Angelina. *et al.* **Um estudo avaliativo do programa institucional de bolsa de iniciação à docência (PIBID).** São Paulo: FCC, 2014. Disponível em: https://publicacoes.fcc.org.br/textosfcc/issue/view/298/6. Acesso em: 30 agosto 2022.

IZA, Stefânia Efigênia; SOUTO, Romélia Mara Alves. Percepção dos egressos Pibid/Matemática-UFLA sobre o Pibid. In: 11º ENCONTRO DE PESQUISA DA REGIÃO SUDESTE, 11, 2014, São João del-Rei. **Anais do XI Encontro de Pesquisa em Educação da Região Sudeste.** São João del-Rei: UFSJ, 2014. Eixo 3 - Pôsteres. P. 1-10.

MINDAL, Clara Brener; GUÉRIOS, Ettiène Cordeiro. Formação de professores em instituições públicas de ensino superior no Brasil: diversidade de problemas, impasses, dilemas e pontos de tensão. **Educar em Revista,** Curitiba, v. 29, n. 50, p. 21-33, out./dez. 2013.

MORIN, Edgar. **Os Sete Saberes necessários à Educação do Futuro.** São Paulo: Cortez/ UNESCO, 2000.

MORIN, Edgar. **A cabeça bem-feita:** repensar a reforma, reformar o pensamento. Tradução Eloá Jacobina. 8ª ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2003.

MOURA, Graziele Meneguetti de; RODRIGUES, Renata Viviane Raffa; ANGELICO, Danubio Casari. A narrativa escrita e o modo singular de perceber acontecimentos de iniciação à docência. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia,** Canoas, v. 10, n. 2, p. 1-19, dez. 2021.

NÓVOA, António. **Professores:** imagens do futuro presente. Lisboa: Educa, 2009.

RÉGNIER, Jean-Claude. Autoavaliação na prática pedagógica. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 3, n. 6, p. 53-68, mai./ago. 2002.

ROCHA, Luciana Parente; FIORENTINI, Dario. O desafio de ser e constituir-se professor de matemática durante os primeiros anos de docência. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPEd, 28, 2005, Caxambu. **Anais da 28ª Reunião Anual da ANPEd:** 40 anos da Pós-Graduação em Educação no Brasil. Petrópolis: Vozes, 2005. Volume único. P. 1-17.

RODRIGUES, Márcio Urel. **Potencialidades do PIBID como espaço formativo para professores de matemática no Brasil.** 540f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016.

SANTOS, Cidmar Ortiz dos; PILATTI, Luiz Alberto; BONDARIK, Roberto. Evasão no ensino superior brasileiro: conceito, mensuração, causas e consequências. **Debates em Educação,** Maceió, v. 14, n. 35, p. 294-314, mai./ago. 2022.

SILVEIRA, Helder Eterno da. **Mas, afinal:** o que é iniciação à docência? Atos de Pesquisa em Educação, Blumenau, v. 10, n. 2, p. 354-368, mai./ago. 2015. DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2015v10n2p354-368.

TANGRAM DOS PROBLEMAS: UMA PROPOSTA DE JOGO PARA AULAS DE MATEMÁTICA

Cibelle de Fátima Castro de Assis[1]
Izidorio Lima da Silva[2]

INTRODUÇÃO

Este capítulo traz, de maneira breve, o estudo que fundamentou o processo de construção do jogo *Tangram dos problemas* e apresenta, em detalhes, as cartas e regras do jogo, orientações para organização da sala e dos jogadores.

A expectativa deste capítulo, além socializar com a comunidade acadêmica o jogo *Tangram dos problemas* e os fundamentos de sua criação, é provocar reflexões por parte dos professores de Matemática, experientes ou em formação, sobre a escolha ou mesmo a elaboração de um jogo. Destaque para o verdadeiro sentido do seu uso e de suas reais possibilidades no favorecimento do processo de ensino-aprendizagem através da resolução de problemas em Matemática.

Segundo Piaget (1976, p. 89), "[...] a atividade lúdica é o berço obrigatório das atividades intelectuais da criança. Elas não são apenas uma forma de desafogo ou algum entretenimento para gastar energia das crianças, mas meios que contribuem e enriquecem o desenvolvimento intelectual." Assim, o jogo tem a função de desempenhar e impulsionar o processo de aprendizagem do aluno.

Na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), também temos alusão aos jogos como recurso que possibilita a aprendizagem em Matemática por favorecerem a apreensão de significados.

> [...] recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, **jogos**, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas (BRASIL, 2018, p. 276, grifo nosso).

Existem diversos tipos de jogos que podem ser adaptados e utilizados em sala de aula, incluindo nas aulas de Matemática. O Tangram chinês é um jogo do tipo quebra-cabeça cujas peças são figuras geométricas planas. Ele é formado por 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo, sendo dois triângulos retângulos isósceles congruentes maiores, dois triângulos retângulos isósceles congruentes menores e um triângulo retângulo isósceles médio.

Por essas características, as atividades com o Tangram podem explorar diversos objetos matemáticos das unidades temáticas Geometria e Grandezas e Medidas. Um dos usos mais comuns do Tangram é a formação e exploração de figuras geométricas e suas propriedades.

O Tangram também é bastante versátil quanto às formas de construí-lo. Por exemplo, pode ser feito de papel com ou sem malha quadriculada, recortado com tesoura ou através de dobraduras, de madeira, de isopor, de papelão ou E.V.A. Com o Tangram podemos contemplar qualquer nível de escolaridade, desde as séries iniciais do nível fundamental até os anos finais do nível médio, podendo trabalhar não somente Geometria ou Grandezas e Medidas, mas também Números e Álgebra. As características do Tangram, como a versatilidade de usos para o ensino e possibilidades de construção, justificam a escolha desse recurso dentre tantos outros disponíveis para as aulas de Matemática.

Diante da diversidade dos tipos de jogo, recomenda-se ao professor o estabelecimento de critérios para a escolha do jogo, a fim de atingir objetivos voltados para o processo de ensino e aprendizagem.

O professor pode se perguntar, por exemplo: quais as possibilidades que o jogo pode oferecer durante as aulas de Matemática para as aprendizagens dos alunos? O jogo irá proporcionar ao aluno fazer a atividade ou será utilizado apenas como forma de descontração? Qual o objetivo do jogo?

De acordo com Grando (2000), existem algumas vantagens e desvantagens quanto ao uso de jogos no ensino de Matemática que também devem ser consideradas na tomada de decisões dos professores.

Entre as vantagens, destacam-se as potencialidades do uso do jogo em diferentes momentos da aula para objetivos diversos como: revisão, exercício, introdução de uma nova ideia e avaliação da aprendizagem, além de motivar a participação, a comunicação, a socialização, o engajamento e a tomada de decisões dos estudantes. Entre as desvantagens do uso de jogos, elas estão associadas ao mau uso, seja na falta de objetivos com, no tempo exagerado para jogar ou nas interferências constantes do professor em sala de aula.

Para Smole (2008), é necessário planejar esse uso e refletir sobre suas reais potencialidades:

> [...] Trabalhar com jogos envolve o planejamento de uma sequência didática. Exige uma série de intervenções do professor para que, mais que jogar, mais que brincar, haja aprendizagem. Há que se pensar como e quando o jogo será proposto e quais possíveis explorações ele permitirá para que os alunos aprendam. (SMOLE, 2008, p. 19).

O jogo também pode ser integrado à resolução de problemas. Segundo Smole (2007, p. 22), “[...] a possibilidade de utilizar os jogos relaciona-se com a aprendizagem, com a própria construção do conhecimento matemático e, portanto, com a resolução de problemas”. Assim, entende-se que a resolução de problemas pode ser desenvolvida juntamente com a utilização de jogos, e vice-versa. De acordo com Smole (2007, p. 14), a proposta de utilização de jogos baseada na perspectiva de resolução de problemas permite uma forma de organizar o ensino envolvendo mais que aspectos puramente metodológicos, ela inclui toda uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, ao que significa aprender. (SMOLE, 2007, p. 14).

Na Matemática, a resolução e a formulação de problemas compõem competências e habilidades de vários objetos do conhecimento expressos na BNCC (BRASIL, 2018), tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. A Competência Geral 2, por exemplo, considera a resolução de problemas como dimensão da formação do estudante em qualquer área:

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BRASIL, 2018, p. 9).

Na discussão sobre resolução de problemas em Matemática, podem ser considerados os diferentes tipos de problemas. Dante (1991, p. 24), por exemplo, apresenta uma tipologia para os problemas, a saber: *Exercícios de reconhecimento*; *Exercícios de algoritmos*; Problemas-padrão simples e Problemas-padrão composto; *Problemas-processo ou heurístico*; *Problemas de aplicação*; *Problemas de quebra-cabeça* (DANTE, 1991, p. 28).

Observa-se que essa tipologia diferencia os problemas dos exercícios. Leva em consideração o conhecimento mais técnico, como o uso de algoritmos. Também diferencia os problemas entre eles de acordo com o grau de complexidade, seja na quantidade e no tipo de operações matemáticas, nas informações do enunciado ou nos passos a serem percorridos para encontrar a solução do problema. O estudo realizado sobre a integração dos jogos com a resolução de problemas em Matemática colaborou na criação dos tipos de problemas a serem propostos aos estudantes através do conjunto das cartas do jogo *Tangram dos problemas.*

METODOLOGIA

A pesquisa desenvolvida no TCC teve uma abordagem qualitativa, exploratória quanto aos objetivos, e, para a coleta de informações, foi realizada uma pesquisa bibliográfica (GIL, 2002). Os aportes teóricos utilizados no TCC discutiam o uso de jogos no ensino de Matemática e a integração com a resolução de problemas na perspectiva apresentada de Grando (2000) e Smole (2007), além da tipologia de problemas matemáticos tratados por Dante (1991). Esses referenciais deram suporte para a elaboração de cartas-problemas que vieram a compor o jogo.

A pesquisa ocorreu seguindo etapas. Inicialmente, o levantamento de atividades propostas em livros didáticos do Ensino Fundamental que envolvessem o Tangram. Em seguida, a identificação dos objetos de conhecimento e habilidades esperadas nas atividades identificadas nos livros didáticos por ano escolar, segundo a BNCC (BRASIL, 2018). Posteriormente, a classificação das atividades de acordo com os tipos de problemas segundo Dante (1991) e, por fim, a escolha de problemas para a criação do novo jogo (cartas e regras) a partir das atividades encontradas e das análises feitas nas etapas anteriores.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a criação do jogo, especificamente das cartas-problema (cartas que contêm algum problema envolvendo o Tangram) foram consultadas propostas de seis livros didáticos do 6º ao 9º ano. Nessa pesquisa foram identificadas 8 (oito) propostas de problemas com o Tangram que geraram 28 (vinte e oito) cartas-problema.

Quanto às habilidades, o conjunto das cartas-problema fazem referência à 9 (nove) habilidades distintas (EF03MA15; EF03MA16; EF04MA20; EF04MA21; EF06M16; EF07MA27; EF07MA29; EF07MA31; EF07MA32) dos Anos Inicias e Finais do Ensino Fundamental. As cartas contemplam quase toda a tipologia dos problemas, exceto do tipo problema processo.

No Quadro 1, tem-se, para cada carta-problema do jogo (C_n), o enunciado do problema, o objeto do conhecimento matemático, as habilidades esperadas, o livro didático utilizado e o tipo de problema.

Quadro 1 – Dados das cartas-problema do jogo

<table>
<tr><th>Cartas</th><th>Enunciados</th><th rowspan="2">Habilidades

EF06MA16 - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.</th></tr>
<tr><td rowspan="3">C1
C2
C3
C4</td><td>Observe a imagem da carta-figura sorteada. Construa uma figura semelhante usando as peças do seu Tangram.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetos do conhecimento: Congruência de figuras geométricas planas</td></tr>
<tr><td>Livro didático: SANTOS, J.; MAYMONE, A. Manual do educador – formação continuada. 6º ano. Ed. Única. Recife: Sucesso sistema de ensino, 2022.</td><td>Problema:
Exercícios de reconhecimento e problema de quebra-cabeça</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Cartas</th><th>Enunciados</th><th>Habilidades</th></tr>
<tr><td rowspan="3">C5
C6
C7
C8</td><td>Tomando a peça triangular pequena como unidade de medida, calcule a área da imagem da carta-peça sorteada.</td><td>EF07MA31 - Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetos do conhecimento: Área de figuras planas</td></tr>
<tr><td colspan="2">Problema: Problema-padrão simples</td></tr>
</table>

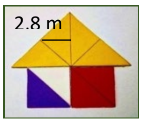
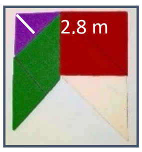
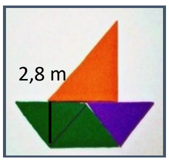
<table>
<tr><th>Cartas</th><th>Enunciados</th><th>Habilidades</th></tr>
<tr><td>C9</td><td>Mostre, através de fórmulas, que “o triângulo médio pode ser recoberto por dois triângulos pequenos”.</td><td rowspan="4">EF06MA16 - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

EF07MA32 - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.</td></tr>
<tr><td>C10</td><td>Mostre, através de fórmulas, que “o quadrado pode ser recoberto por dois triângulos pequenos”</td></tr>
<tr><td>C11</td><td>Mostre, através de fórmulas, que “o paralelogramo pode ser recoberto por dois triângulos pequenos”</td></tr>
<tr><td rowspan="3">C12</td><td>Mostre, através de fórmulas, que “o triângulo grande pode ser recoberto por quatro triângulos pequenos”</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetos do conhecimento: Congruência de figuras geométricas planas; Equivalência de área de figuras planas</td></tr>
<tr><td colspan="2">Problema: Problema-padrão composto</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Cartas</th><th>Enunciado</th><th rowspan="2">Habilidade

EF04MA21 - Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.</th></tr>
<tr><td rowspan="3">C13</td><td>Desenhe o Tangram em um papel quadriculado. Sabendo que cada quadradinho do papel tem 1cm de lado e $1cm^2$ de área, calcule a área de cada uma das peças do jogo em centímetros quadrados.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objeto do conhecimento: Áreas de figuras construídas em malhas quadriculadas</td></tr>
<tr><td colspan="2">Problema: Problema-padrão composto</td></tr>
</table>

Cartas	Enunciado	Habilidade
C14	A quantos por cento da área do Tangram montado corresponde a área do triângulo grande?	*EF07MA32* - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
C15	Se o Tangram fosse construído em um papel quadriculado com quadradinhos de 2 cm de lado, qual seria porcentagem do tamanho da área do triângulo grande?	
	Objeto do conhecimento: *Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros*	
	Livro didático: BIANCHINI, E. **Matemática.** 7º ano. 7.ed. São Paulo: Moderna, 2011.	**Problema:** Problema-padrão composto

Cartas	Enunciados	Habilidades
C16	De acordo com as medidas indicadas, calcule a área do quadrado vermelho. 	*EF03MA16* - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais. *EF07MA32* - Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
C17	De acordo com a medida indicada, determine a área da casa. 	
C18	De acordo com a medida indicada, determine a área da bandeira. 	
C19	De acordo com a medida indicada, determine a área do barco. 	
	Objetos do conhecimento: *Congruência de figuras geométricas planas; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros*	
	Livro didático: SOUZA, J.R.; PATARO, P.R **Vontade de saber matemática,** 8º ano**.** 3. Ed. São Paulo: FTD, 2015.	**Problema**: Problema-padrão composto

Cartas	Enunciados	Habilidades
C20	Construa triângulos usando 2, 3 e 4 peças do Tangram.	*EF03MA15* - Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices. *EF03MA16* - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
C21	Construa quadrados usando 4, 5 e 7 peças do Tangram.	
C22	Construa retângulos 3, 4, 5 e 6 peças do Tangram.	
C23	Construa paralelogramos usando 3, 4 e 5 peças do Tangram.	
C24	Construa um trapézio retângulo usando 5 peças e um trapézio isósceles usando 4 peças do Tangram.	
C25	Construa um pentágono usando 3 peças do Tangram e um hexágono usando 7 peças.	
	Objetos do conhecimento: *Figuras geométricas planas:reconhecimento e análise de características; Congruência de figuras geométricas planas*	
	Problema: Exercícios de reconhecimento e Problemas de quebra-cabeça.	

Cartas	Enunciados	Habilidades
C26	Desenhe o maior quadrado possível com as sete peças do Tangram em um papel quadriculado. Com ajuda de um transferidor, meça os ângulos indicados na figura: 	*EF07MA27* - Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
	Objetos do conhecimento: *Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero*	
	Livro didático: GIOVANNI JÚNIOR, J.R; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática.** 8º ano. São Paulo: FTD, 2009.	**Problema:** Exercícios de reconhecimento e problema-padrão simples.

Cartas	Enunciados	Habilidades
C27	Observe o retângulo (10x20) feito com as peças do Tangram.  Determine, em seu caderno, o perímetro aproximado de cada uma das 7 peças desse Tangram. Use para $\sqrt{2}$ o valor aproximado 1,41.	*EF03MA16* - Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais. *EF04MA20* - Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.

	Objetos do conhecimento: *Congruência de figuras geométricas planas; Medidas de comprimento, massa e capacidade: estimativas, utilização de instrumentos de medida e de unidades de medida convencionais mais usuais*	
	Livro didático; BIANCHINI, E. **Matemática.** 7º ano. 7.ed. São Paulo: Moderna, 2011.	**Problema:** Exercícios de reconhecimento, Exercícios de algoritmos, Problemas-padrão simples e Problemas-padrão composto.

Cartas	Enunciados	Habilidades
C28	Em uma malha quadriculada crie figuras a partir das peças do Tangram. Com lápis coloridos, destaque as peças usadas.	*EF03MA15* - Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices
	Objetos do conhecimento: *Figuras geométricas planas: reconhecimento e análise de características*	
	Livro didático SOUZA, J.R.; PATARO, P.R.M **Vontade de saber matemática.** 9º ano. 3. Ed. São Paulo: FTD, 2015.	**Problema** Problemas de quebra-cabeça

Ao jogar *Tangram dos problemas*, os alunos podem desenvolver habilidades de reconhecimento e análise de características relacionadas às várias figuras geométricas, como triângulos, retângulos/quadrados e paralelelogramos, além daquelas derivadas das suas combinações como trapézios, pentágonos e hexágonos. Essas figuras também permitem obter figuras com formas de animais, de números, de silhuetas humanas e de objetos. Os alunos também podem desenvolver habilidades de resolução de problemas envolvendo área e perímetro, congruência de figuras planas, equivalência de área e proporcionalidade.

Indicação - o jogo pode ser proposto para turmas a partir do 6º ano. Os objetos e as habilidades estão mais concentrados para o 7º ano do Ensino Fundamental.

Organização da sala e dos jogadores - a sala pode ser organizada em grupos. Cada grupo pode ser formado por oito alunos que jogam em dupla.

Material necessário - um Tangram para cada dupla de jogadores para resolverem os problemas; as cartas do jogo; 28 peças do Tangram misturadas para o prêmio das rodadas; folha quadriculada; uma tabela para anotação da pontuação; papel e lápis (Figura 1).

Figura 1 – O kit do jogo *Tangram dos problemas*

Fonte: própria dos autores.

Cartas - cartas – problema (28 cartas com questões a serem resolvidas), cartas-peça (7 cartas contendo uma das peças do Tangram) e cartas-figura (oito cartas, sendo duas com figura de animais, duas com silhuetas humanas, duas com números e duas com objetos).

Pontuação das cartas-problema - As cartas-problema com cálculos de área, perímetro, ângulos e verificações de afirmações (verdadeiro ou falso) com aplicações de fórmulas valem 3 pontos; cartas-problema com cálculos de porcentagens valem 2 pontos; cartas-problema com construção de figuras valem 1 ponto.

Regras do jogo

1. O objetivo do jogo é resolver o maior número de problemas apresentados nas cartas-problema e obter a maior pontuação. As pontuações devem ser registradas na tabela de pontuação.
2. As cartas do jogo devem ser separadas por grupo: cartas-problema, cartas-peça e cartas-figuras. As cartas ficarão sobrepostas a mesa, assim cada dupla na sua respectiva rodada poderá selecionar uma carta-problema. Após decidirem quem começará, a dupla escolhida embaralha as cartas e dá o início do jogo.
3. O jogo é composto por 7 rodadas. Em uma rodada, joga um jogador da dupla, por vez, selecionando uma carta-problema. A dupla campeã da rodada receberá como prêmio uma peça do Tangram, a ser sorteada, que servirá para completar a figura do seu tabuleiro.
4. A questão da carta-problema pode ser resolvida por qualquer jogador de qualquer dupla. No entanto, o jogador que sortear a carta ganha a pontuação total dela se acertar a resposta. Caso o aluno que sorteou a carta não resolva o problema corretamente, as demais duplas podem obter a metade da pontuação da carta se resolverem corretamente. As respostas podem ser validadas pelos colegas e pelo professor. As respostas devem ser registradas pelos alunos e apresentadas.
5. Se o aluno que sorteou a carta não souber responder, pode pedir auxílio ao jogador da sua dupla, sem penalidades, mas no máximo duas vezes. Se o aluno passar a vez por não apresentar nenhuma resposta, será penalizado: 1 rodada sem jogar, mas passa a carta para a próxima dupla. A dupla que passar a vez e na rodada seguinte não responder a próxima

questão, perde 1 ponto. Cada dupla só tem direito a passar a vez duas vezes no jogo. Caso exceda esse número, será eliminada do jogo. Caso o problema da carta não seja resolvido, ela deve voltar ao baralho.
6. O professor pode estipular um tempo limite para os alunos responderem cada problema. Caso não consiga responder no tempo, a dupla será penalizada durante a rodada. A pena pode ser elaborada pelo professor ou pelos alunos. Por exemplo, apresentar na aula seguinte a resolução da questão.

Encaminhamento - é indicado que se trabalhe, inicialmente, a exploração das peças do Tangram, quais são as cartas e as regras. Após esse momento de apresentação e reconhecimento do jogo, é preciso que seja dedicado um tempo para que a turma possa compreender o jogo simulando algumas rodadas. Durante o jogo o professor deve acompanhar como a turma procede diante do jogo, se realizam registros de suas resoluções e de suas pontuações e como ocorre a validação das resoluções nos grupos. Depois do término do jogo, sugerimos que o professor discuta e resolva as questões mais difíceis.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O jogo *Tangram dos problemas* foi construído de forma a envolver os alunos na resolução de uma variedade de problemas num contexto lúdico e descontraído trazido pelo Tangram. Também foi pensado em um jogo que possibilitasse ao professor um uso flexível conforme seus objetivos de ensino. Por exemplo, o professor juntamente com a turma, pode confeccionar mais cartas-figura para o jogo, ou ainda criar novas questões e atividades para compor o grupo de cartas-problema. Este trabalho também mostra que licenciandos em formação inicial, acompanhados de seus professores, podem construir e criar métodos de ensino de Matemática como soluções educativas que contribuem para uma forma de aprender alegre e prazerosa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. 3ª ed. São Paulo: Ática,1991.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GRANDO, R.G. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Campinas - SP. 2000. Disponível em http://pedagogiaaopedaletra.s3.amazonaws.com/wpcontent/uploads/2012/10/OCONHECIMENTOMATEM%C3%81TICO-E-O-USO-DE.pdf. Acesso em 11 maio 22.

SILVA, I. L. **Resolvendo problemas de Matemática com o Tangram**: aspectos teóricos para a construção de um jogo voltado aos anos Finais do Ensino Fundamental. TCC (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba. Rio Tinto, p. 61 .2022.

PIAGET, J. **Psicologia e pedagogia**. Trad. LINDOSO D.A, RIBEIRO DA SILVA, R. M. Rio de Janeiro: Forense Universitária;1976.

SANTOS, J.; MAYMONE, A. **Manual do educador – formação continuada.** 6º ano. Ed. Única. Recife: Sucesso sistema de ensino, 2022.

SMOLE, K.S. **Jogos de Matemática**: 1º ao 3º ano. Cadernos do Mathema. Ensino médio. Porto Alegre: Artmed, 2008.

________. **Jogos de Matemática**: 6º ao 9º ano: Ensino Fundamental. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOUZA, E.R de; et al. **A Matemática das sete peças do tangram**. 2ª edição. São Paulo: CAEM/IME-USP, 1997.

O PROGRAMA DE RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA NA FORMAÇÃO DOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DA UFPB/CAMPUS IV

Cristiane Fernandes de Souza
Isabel Cristina Pereira da Silva

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB– Brasil
cristianesouza@dcx.ufpb.br, isabel-criistina-@hotmail.com

INTRODUÇÃO

A formação inicial de professores tem sido foco de discussão no âmbito das Instituições de Ensino Superior (IES) nas últimas duas décadas, e tais discussões têm resultado em um olhar mais reflexivo sobre a formação acadêmica-profissional, especialmente a respeito da construção de conhecimentos e práticas, e do desenvolvimento da identidade docente dos futuros professores.

De certo, a formação de um professor não ocorre unicamente na graduação, pois ela ocorre num processo contínuo o qual se inicia antes do ingresso no curso de licenciatura e continua mesmo depois de sua conclusão. Segundo Ponte (2017), a formação de um professor

> [...] é um mundo onde se inclui a formação inicial, contínua e especializada, onde é preciso considerar os modelos, teóricos e investigação empírica sobre a formação, analisar a legislação e a regulamentação e, o que não é de menor importância, estudar as práticas reais dos atores e das instituições no terreno e as experiências inovadoras (PONTE, 2017, p. 21).

Assim, é na formação inicial que o licenciando em Matemática tem a oportunidade de ver-se como professor, iniciando o processo de construção de sua identidade docente, por meio das experiências que perpassam a apropriação dos conhecimentos referentes à sua formação específica, e a construção os conhecimentos inerentes à sua prática profissional, que se caracterizam na sua formação pedagógica.

Ponte (2017, p. 27) destaca ainda que "[...] [a] formação do professor há que atender não só ao que ele tem de saber, mas também ao que é capaz de fazer e aos seus valores que assume na sua prática profissional". Assim, os valores e atitudes que se fazem presentes nas situações no âmbito escolar, ou seja, dentro e fora da sala de aula, são aspectos importantes para a constituição de uma identidade profissional.

Lima (2013) destaca que, "a identidade é um processo de construção e reconhecimento pessoal e profissional de qualquer cidadão, quando falamos de identidade docente, estamos nos referindo a uma interação entre o professor e suas experiências individuais e profissionais" (LIMA, 2013, p. 39).

A promoção das experiências individuais e profissionais na formação do professor pode ocorrer por meio das vivências não apenas nos estágios supervisionados, mas podem, e devem, ser proporcionadas por meio da participação dos licenciandos em programas e projetos desenvolvidos na perspectiva da pesquisa, do ensino e da extensão nas IES, como é destacado por Santana, Costa e Souza (2017).

Na perspectiva do ensino, especialmente a respeito da imersão de licenciandos no ambiente escolar, Fiorentini (2005, p. 111) destaca que "essa imersão prática é necessariamente formadora, pois levam os futuros professores a adquirirem crenças, valores, representações e certezas sobre a prática do ofício de professor, bem como sobre como ser aluno", contribuindo, assim, para a construção e o desenvolvimento da identidade docente dos futuros professores.

Dessa forma, dentro desse processo de formação profissional, as experiências adquiridas nas ações de práticas individuais e coletivas da docência, aliadas aos estudos histórico-filosóficos e epistemológicos do saber matemático, vivenciados no curso de formação, permitem que o licenciando reflita sobre a sua imersão no ambiente escolar, especialmente na sala de aula, e que compartilhe as suas experiências com outros licenciandos da área de Matemática.

Dentro desta perspectiva, temos o Programa de Residência Pedagógica (PRP), que foi instituído nacionalmente em fevereiro de 2018 por meio da Portaria Nº 38 da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), "com a finalidade de apoiar Instituições de Ensino Superior (IES) na implementação de projetos inovadores que estimulem a articulação entre teoria e prática nos cursos de licenciatura, conduzidos em parceria com as redes públicas de ensino" (CAPES, 2018a, p. 1).

O PRP é composto por quatro tipos de participantes fundamentais: o coordenador institucional, um docente que se constitui na coordenação do programa institucional, responsável pelo acompanhamento do PRP nos cursos de Licenciatura na IES; o docente orientador, responsável pelas orientações dos licenciandos em suas atividades; o preceptor, que é um professor da educação básica responsável pelo acompanhamento dos licenciandos em suas atividades na escola-campo; e, por fim, o residente, que é o licenciando acompanhado em suas atividades na escola-campo durante o período de imersão nas escolas.

No Edital nº 06/2018 (CAPES, 2018b), as atividades cumpridas pelos residentes totalizaram uma carga horária obrigatória de 440 horas, distribuídas da seguinte forma: 60 horas para familiarização da escola-campo; 320 horas de atividades de imersão no ambiente escolar, das quais 100 horas obrigatórias são de regência em sala de aula e as outras 220 horas são de atividades, planejamentos e orientações entre os preceptores e residentes; por fim, 60 horas para a elaboração do relatório final, avaliação e socialização das atividades do programa.

O subprojeto do Programa de Residência Pedagógica (PRP) do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB-campus IV, na sua primeira edição, teve como principal objetivo a imersão de licenciandos em escolas públicas da educação básica, proporcionando aos participantes do programa o desenvolvimento de práticas pedagógicas. O PRP realizou, com os vinte e cinco residentes, o acompanhamento e o desenvolvimento de atividades no âmbito escolar, proporcionando o contato com a realidade do ensino de Matemática em três escolas da rede pública estadual do Vale do Mamanguape/PB, situadas nos municípios de Mamanguape e Itapororoca. Baseando-se na concepção de imersão, o PRP proporcionou aos residentes 320 horas de vivência no âmbito escolar, propostas pelo programa, das quais 100 horas se destinaram à regência em sala de aula.

Na perspectiva do olhar sobre as contribuições da primeira edição do PRP para os residentes do curso de Licenciatura em Matemática da UFPB-campus IV, no ano de 2020 foi realizada uma pesquisa, para elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), que teve como objetivo principal investigar que contribuições o Programa de Residência Pedagógica proporcionou para formação profissional e constituição da identidade docente dos residentes do curso de Licenciatura em Matemática da UFPB-campus IV (SILVA, 2020).

Para a realização da pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foram analisados, por meio da técnica de análise de discurso, os textos do item Considerações Finais, do Relatório do Residente, de vinte[3] residentes do curso de Licenciatura em Matemática.

Para a escrita do texto do item Considerações Finais, os residentes tinham algumas orientações indicadas em quatro tópicos fundamentais: indicar como a escola, a Secretaria

[3] Ao final do PRP, em jan./2020, o subprojeto de Matemática/campus IV contava com vinte e dois residentes, dos quais um não entregou o relatório e o outro foi a autora da pesquisa de TCC, que teve seu relatório excluído da análise.

de Educação e a IES viabilizaram a realização das atividades do PRP; descrever as dificuldades encontradas durante o período de regência e de outras atividades na escola; indicar as sugestões para a melhoria do seu curso de formação, caso tivessem; e, por fim, descrever como o PRP contribuiu para sua formação profissional, apontando quais são seriam essas contribuições e em que âmbito elas ocorreram, direcionando-as aos conhecimentos adquiridos no ensinar e aprender Matemática, por meio das experiências na educação básica, enfatizando a construção da identidade profissional do professor de Matemática.

Após a leitura preliminar dos textos escritos pelos vinte residentes, realizamos uma categorização dos temas, que identificamos com maior frequência nos textos, em: (1) Experiências no ambiente escolar; (2) Identidade docente; (3) Formação profissional.

Embora tenhamos identificado essas três categorias iniciais, elas não são únicas, bem como não são disjuntas, ou seja, pode haver outras categorias e, certamente, há intersecção de aspectos entre elas.

No presente capítulo, trazemos um recorte dos resultados obtidos na referida pesquisa, destacando algumas contribuições das experiências vivenciadas no âmbito escolar para a constituição da identidade docente e formação profissional dos residentes, futuros professores de Matemática naquela ocasião.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a preservação e sigilo dos nomes dos licenciandos, os residentes estão identificados como R1 (residente 1), R2 (residente 2), R3 (residente 3), R4 (residente 4) até o R20 (residente 20).

Para a análise dos textos dos residentes, destacamos os trechos em que se apresentavam de forma mais representativa as categorizações: *experiências no ambiente escolar, identidade docente e formação profissional,* de forma que os residentes estivessem contemplando uma categoria, ou duas ou três categorias simultaneamente.

As experiências no âmbito escolar se caracterizaram por vivências individuais e coletivas dos participantes do PRP, das quais estão destacadas as experiências em sala de aula e fora sala de aula.

Com relação a essas experiências no ambiente escolar, observamos, nos recortes dos textos dos residentes, falas que trazem aspectos referindo-se as frequentes participações das atividades escolares, constituintes da prática pedagógica. O residente

R17 escreve em seu texto as experiências adquiridas durante o Programa (Imagem 1), afirmando que:

Imagem 1– Recorte do relatório do R17

Com a experiência adquirida a partir do projeto de residência pedagógica podemos entender como realmente se desenvolve a prática docente, ao enfrentar as dificuldades que encontramos na escola podemos perceber que o que se planeja muitas vez não conseguimos realizar devidos a inúmeros fatores, nos proporcionando a oportunidade de amadurecer em termos de conhecimento científico propriamente dito, mas muito mais em termos de saber lidar com as adversidades encontradas em sala de aula.

Fonte: Arquivo do Programa Residência Pedagógica da UFPB/campus IV.

O residente R17, ao destacar sua experiência no PRP em seu texto, traz as vivências na escola-campo, da qual relata aspectos da prática docente como o planejamento e execução das aulas. E, ao destacar adversidades que existem dentro da sala de aula, o residente faz referência aos imprevistos que ocorreram durante algumas aulas que foram ministradas, enfatizando que nem sempre a aula ocorre como planejado, e isso resulta em seu desenvolvimento profissional, a partir do seu amadurecimento pessoal.

O residente R18 também escreveu sobre sua experiência no Programa (Imagem 2), dizendo que:

Imagem 2 – Recorte do relatório do R18

O programa não possibilitou apenas uma experiência em sala de aula, mas também no dia-a-dia da escola percebendo como a escola funciona, quais suas principais dificuldades, como é feitas as divisões de trabalhos, etc.

Fonte: Arquivo do Programa Residência Pedagógica da UFPB/campus IV.

O residente R18, em seu texto, destaca a experiência do cotidiano escolar ao se aprofundar em suas vivências proporcionadas pelo PRP na escola-campo, por meio das observações e ações realizadas durante o período de imersão. Esse residente enfatiza o funcionamento da escola e as dificuldades encontradas nesse local, como também as divisões de trabalho dentro do ambiente escolar, quando ele se refere a "divisões de trabalho", fala de todos que fazem parte da escola. Isso nos faz inferir a importância dada, pelo residente, ao papel de cada membro no desenvolvimento das atividades didáticas, tanto pelos professores como pelos funcionários.

O residente R15 descreve as experiências em sala de aula, como mostra a imagem 3 a seguir.

Imagem 3 – Recorte do relatório do R15

A experiência que foi proporcionada, de trabalhar com alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio reforça minha convicção que se aprende muito mais do que aquilo que se deseja ensinar. Só se consegue a aprendizagem quando fazemos de nossos alunos participantes deste processo. O aluno é o agente da construção do seu conhecimento. Portanto, como residente, sinto-me honrada por concluir mais essa etapa em nossa vida.

Fonte: Arquivo do Programa Residência Pedagógica da UFPB/campus IV.

Podemos perceber que o residente R15, em seu texto, destaca que, ao estar inserido no ambiente escolar, teve a oportunidade de compreender, por meio do conhecimento adquirido, que o processo de ensino-aprendizagem proporciona uma troca de saberes, na qual teve a percepção que estava aprendendo mais do que estava ensinando aos alunos da turma.

Nesta mesma perspectiva de experiência no ambiente escolar, temos o trecho do residente R8 (Imagem 4) que enfatiza a sua primeira experiência de interação com uma turma.

Imagem 4 – Recorte do relatório do R8

Durante o período de regência foi muito proveitos, pois foi neste momento que tive um primeiro contato com a turma como professor. Nas primeiras aulas tive dificuldades de interagir com a turma, não sabia ao certo como começar, mas sempre o preceptor estava à disposição para dar orientações.

Fonte: Arquivo do Programa Residência Pedagógica da UFPB/campus IV.

No texto do residente R8, observamos a importância do momento de imersão na escola-campo, especialmente a regência de aulas, pois foi nesse primeiro contato com a sala de aula que o residente R8 iniciou seu processo de construção do "ser professor".

Enfatizadas nos textos dos residentes R8 e R15, as experiências proporcionadas no ambiente escolar possibilitaram que os residentes tivessem o contato com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. De acordo com Silvestre e Valente (2017, p. 28) "[...] tanto a experiência prática como o conhecimento teórico – pedagógico e de cada campo específico do saber – são imprescindíveis para esse profissional [o professor] compreender e atuar em sala de aula [...]". Os autores enfatizam como a experiência prática e o conhecimento teórico que os residentes citaram em seus textos, através da experiência adquirida na participação do programa, são importantes para a docência.

O residente R14 descreveu (Imagem 5), na sua perspectiva, a contribuição proporcionada pelo PRP para o seu crescente interesse pela docência.

Imagem 5 – Recorte do relatório do R14

o projeto nos possibilitou um profundo amadurecimento profissional, principalmente afetando positivamente nossa desenvoltura a frete de uma sala de aula, a timidez e em muitos momentos a insegurança que nos afetava logo se desfez e o gosto pela tarefa de ensinar a cada aula só aprofundava-se, sendo assim a residência pedagógica é um projeto que devia contemplar todos os licenciandos, pois a intensa aproximação com a escola é o que nos trará clareza para o início da docência.

Fonte: Arquivo do Programa Residência Pedagógica da UFPB/campus IV.

No trecho do texto do residente R14 percebemos a importância dada por ele à experiência vivenciada, contribuindo de forma significativa para sua postura como professor. Para Ponte (1994, p. 11), "a prática permite o envolvimento activo do próprio professor, proporcionando uma experiência concreta a partir da qual é possível refletir". De acordo com o autor, o processo de formação pode se tornar uma prática reflexiva a partir das experiências vivenciadas.

Finalizando o recorte da pesquisa de Silva (2020), destacamos o trecho do residente R13, que em seu texto destaca a importância do PRP para sua formação profissional (Imagem 6).

Imagem 6 – Recorte do relatório do R13

experiência que obtive no ensejo do PRP foi de incomensurável importância para minha formação como profissional de ensino, tendo em vista que as experiências vivenciadas nesse contexto me ensinaram não apenas como aplicar conteúdos de maneira a contribuir com um bom ambiente de aprendizado, mas também como lidar com pessoas que possuem diversas nuances em suas experiências de vida e estas nuances se perfazem no contexto da aprendizagem, tendo o profissional de ensino lidar com isso para oferecer um ambiente de aprendizado acolhedor, eficiente e construtivo.

Fonte: Arquivo do Programa Residência Pedagógica da UFPB/campus IV.

No relato do residente R13 percebemos a presença das três categorizações iniciais identificadas: experiências no ambiente escolar, identidade docente e formação profissional. Isso indica que a imersão dos residentes nos ambientes escolares tem um papel fundamental na formação profissional desses licenciandos, envolvendo a construção de suas práticas docentes.

Por meio dos trechos apresentados pelos residentes, pudemos observar que as vivências na escola-campo se mostraram como importantes e diversificadas aprendizagens sobre a prática docente. Assim, essas experiências no ambiente escolar são interligadas à construção da identidade docente e a formação profissional, pois é a partir delas que os residentes foram construindo diferentes saberes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da análise dos trechos dos relatórios dos residentes, consideramos que as experiências vivenciadas nas escolas-campo, proporcionadas pelo PRP por meio da imersão no ambiente escolar, constituíram-se em momentos significativos da formação profissional dos residentes.

Nos relatos deles pudemos identificar aspectos da construção da identidade docente ao enfatizarem as experiências individuais e coletivas de sala de aula e no ambiente escolar. A respeito da contribuição para a formação profissional, identificamos, por meio das experiências que foram destacadas, a relevância do programa para sua formação inicial e as relações que foram estabelecidas entre a teoria e a prática da docência.

Diante dos resultados, compreendemos que o Programa de Residência Pedagógica deveria ser uma política nacional que contemplasse um maior número de licenciandos, nas mais diversas áreas de formação de professores nas Instituições de Ensino Superior. Entretanto, não é isso que temos presenciado com a publicação dos editais dos anos de 2020 e 2022. Uma significativa redução de cotas de bolsas, seja para residentes, preceptores e orientadores, tem se configurado com um dos aspectos negativos que mais têm impactado na promoção de ações para o fortalecimento dos cursos de licenciatura nas IES em todo país.

REFERÊNCIAS

CAPES. **Portaria GAB Nº 38, de 28 de fevereiro de 2018**. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, 2018a. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/28022018-portaria-n-38-institui-rp-pdf. Acesso em: 20 set. 2022.

CAPES. **Edital Nº 06/2018**. Chamada Pública para apresentação de propostas no âmbito do Programa de Residência Pedagógica. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, 2018b. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/01032018-edital-6-2018-residencia-pedagogica-pdf. Acesso em: 20 set. 2020.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas na Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação PUC - Campinas**, Campinas, n. 18, p. 107-115, jun. 2005. Disponível em: http://periodicos.puc-campinas.edu.br/seer/index.php/reveducacao/article/view/266/2945. Acesso em: 23 jan. 2020

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Educação e Matemática**, n. 31, p. 9-12, 1994.

PONTE, J. P. et al. **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

SANTANA, A. L. L. S.; COSTA, C. G.; SOUZA, C. F. PIBID Matemática/campus IV: interfaces entre a formação inicial de professores e a educação básica. In: LIMA, R. S.; SILVA, M. P. (Org.). **Formação de professores:** contribuição do PIBID/UFPB. v. 1. João Pessoa: Editora UFPB, 2017.

SILVA, I. C. P. **O Programa de Residência Pedagógica**: contribuições na formação docente dos licenciandos em Matemática da UFPB/campus IV. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba/campus IV, Rio Tinto, 2020.

SILVESTRE, M. A; VALENTE, W. R. **Professores em Residência Pedagógica:** estágio para ensinar Matemática. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA COMO ESPAÇO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES: REFLEXÕES SOBRE OFICINAS DIDÁTICAS

Graciana Ferreira Dias
Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva
Lyzia Nascimento de Sousa
Felipe de Souza Bento

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB– Brasil

jussara@dcx.ufpb.br, graciana@dcx.ufpb.br,
fbento4596@gmail.com, lyziasousa60@gmail.com

INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem como objetivo refletir sobre as oficinas didáticas realizadas pelo projeto de extensão intitulado "O Laboratório de Ensino de Matemática como espaço de formação de professores: práticas e reflexões em contextos diversificados".

A realização do projeto aconteceu de maio de 2021 a abril de 2022, quando o cenário era pandêmico, com todas as inseguranças e dificuldades encontradas durante esse período. A necessidade de novas metodologias e materiais didáticos para aprimoramento das aulas explicitou a importância do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), não somente como espaço físico, mas sobretudo como espaço de discussão e formação inicial e continuada. A utilização de tecnologias digitais como recurso didático também mostrou a relevância do LEM como ambiente, no qual o professor pudesse fazer experimentos, refletir sobre suas práticas e principalmente aprender a aprender.

O LEM E A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS

Para iniciarmos o projeto, realizamos pesquisas e estudos com base em textos de autores que abordam os aspectos do LEM, das tecnologias digitais, da formação de professores, do uso de materiais didáticos, entre outros. Pensamos na formação de professores de Matemática como foco do nosso trabalho, pois acreditamos que "não há ensino de qualidade, nem reforma educativa, nem inovação pedagógica, sem uma adequada formação de professores" (NÓVOA, 1992, p. 9).

Nesse contexto de formação de professores, trazemos como aspectos o LEM e os diferentes contextos de ensino e aprendizagem, incluindo a utilização das tecnologias digitais de informação e comunicação. Segundo Lorenzato (2009), o laboratório serve como espaço de planejamento também para o professor. Trata-se de

> um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender. (LORENZATO, 2009, p. 7).

Estudamos o artigo "O laboratório de Matemática como espaço de formação de professores", que conceitua o LEM como

> um importante espaço de aprendizagem, tanto dos estudantes do ensino básico, quanto na formação inicial de professores. Além dos materiais e da área física que fornece, esse espaço constitui-se como um lugar capaz de suscitar a reflexão dos futuros docentes. (OLIVEIRA; KIKUCHI, 2018, p. 1).

Dando continuidade às nossas pesquisas, buscamos materiais e recursos que servissem de apoio para as aulas e auxiliassem durante e após o período pandêmico. Com isso, trouxemos alguns materiais didáticos (MD) que serviram como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem. Segundo Lorenzato (2009, p. 18), material didático é "qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem".

Além dos MD convencionais, trouxemos recursos digitais para contemplar mais habilidades da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018). Porém, entendemos que as dificuldades encontradas no processo de aprendizagem da Matemática não são resolvidas apenas com o material didático disponível no LEM, mas deve haver uma mediação por parte do professor. Nesse sentido, Lorenzato (2009, p. 23-24) afirma:

> Para que os alunos aprendam significativamente, não basta que o professor disponha de um LEM. Tão importante quanto a escola possuir um LEM é o professor saber utilizar corretamente os MDs, pois estes, como outros instrumentos, tais como o pincel, o revólver, a enxada, a bola, o automóvel, o bisturi, o quadro-negro, o batom, o sino, exigem conhecimentos específicos de quem os utiliza (LORENZATO 2009, p. 23-24).

Nesse sentido, a partir das experiências dos professores e das situações em que se encontram, acreditamos que precisam ser articulados os contextos de ensino e aprendizagem em que estão inseridos, sejam presenciais, remotos ou híbridos. Essa articulação perpassa também a utilização de diferentes metodologias e das tecnologias digitais, o que reforça a necessidade de espaços pensados "para que corpo docente experimente, teste, discuta e troque experiências e, assim, adquira familiaridade tecnológica" (LALUEZA; CRESPO; CAMPS, 2010, *apud* MODELSKI, 2015, p. 107).

No LEM, os professores e futuros professores fazem experimentos com o objetivo de amadurecer criticamente em relação a sua atuação como formadores, e, no caso das nossas oficinas, esses processos são auxiliados pelos materiais tecnológicos. Tais recursos são de extrema importância nesse ambiente. Conforme afirma Miskulin (2009, p. 159) "a relação com a tecnologia pode potencializar a capacidade de reflexão do professor sobre seus processos de pensamento".

OFICINAS PEDAGÓGICAS NA FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES

Para execução do projeto, realizamos dois ciclos de oficinas didáticas: (1) como formação continuada para professores de 10 municípios do Estado da Paraíba; (2) como espaço para reflexão das futuras práticas pedagógicas, para estudantes da graduação do curso de Licenciatura em Matemática. Com o propósito de iniciarmos as oficinas, realizamos uma avaliação diagnóstica para saber das reais necessidades dos professores. Com base no resultado do diagnóstico, planejamos e realizamos as oficinas, nos meses de agosto a outubro de 2021 e de março a abril de 2022. Esses encontros aconteceram de forma remota, para segurança de todos os envolvidos. Ressaltamos que, nesse período pandêmico, as mídias digitais tornaram-se urgentes nas práticas pedagógicas do ambiente escolar, o que nos possibilitou uma maior diversidade de utilizar estratégias de ensino e recursos tecnológicos em sala de aula. Moran (2000, p. 143) afirma que

> ensinar com as novas mídias será uma revolução se mudarmos simultaneamente os paradigmas convencionais do ensino, que mantêm distantes professores e alunos. Caso contrário, conseguiremos dar um verniz de modernidade, sem mexer no essencial.

Nesse sentido, traremos o relato dos encontros realizados com professores da educação básica e estudantes da Licenciatura em Matemática.

Para prepararmos os materiais das oficinas, utilizamos as sugestões dos professores através do diagnóstico e fizemos os dois ciclos de oficinas sobre as unidades temáticas Geometria; Grandezas e Medidas; Números e Operações. Em todas as oficinas, trouxemos questões da Prova Brasil e questões dos livros didáticos, com foco em trabalhar as habilidades da BNCC e descritores relacionados a essas questões. Também apresentamos atividades que podem ser feitas com materiais concretos e recursos digitais, com o objetivo de atender as atuais e urgentes necessidades dos participantes.

Com as temáticas mais pedidas, buscamos fazer associação com *softwares* educacionais para os professores abordarem em sala de aula, mostrando suas funcionalidades e como podem ser utilizados no período remoto e presencial. Os *softwares* utilizados nos dois ciclos de oficinas são gratuitos e podem ser encontrados pela internet.

Utilizamos, nos quatro primeiros encontros dos dois ciclos, os mesmos materiais que detalharemos abaixo. E, no último encontro de cada ciclo, demos ênfase nas particularidades de cada grupo. Por isso, os objetos de conhecimentos foram diferentes e, consequentemente, as habilidades e descritores.

Na primeira oficina tivemos como tema ‘Geometria espacial’ e trouxemos como reflexões teóricas as pesquisas de Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof[4] (CROWLEY, 1994), que identificaram com seus estudos as dificuldades dos estudantes na aprendizagem da Geometria, e elaboraram um modelo que consiste em estruturar para o desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio de cinco níveis de compreensão de raciocínio hierárquicos e sequenciais. São eles: o de visualização; o de análise; o de dedução informal; o de dedução formal e o de rigor. Com isso, buscamos levantar uma breve reflexão com os participantes sobre esses níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico e a sua inserção nas práticas de sala de aula. Com o intuito de apresentar um material didático que pudesse vir a ser usado em suas aulas virtuais e potencializar o conhecimento desse conteúdo, trouxemos um recurso tecnológico: o *software PolyPro,* que foi criado para a exploração e construção de poliedros, contribuindo significativamente para o auxílio do professor.

Na segunda oficina, discutimos o tema “Grandezas e medidas: área e perímetro”. Foram tratadas as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e descritores do SAEB que versam sobre o reconhecimento e a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais, usando malhas quadriculadas, bem como a resolução de situações problema, seja pelo cálculo algorítmico ou estimativa. Para esta oficina, nos fundamentamos nas ideias de Sarama e Clements (2009 *apud* CAÇADOR, 2012), quando ressalta que, para a compreensão da grandeza área, é necessário que se compreenda e coordene várias ideias ou conceitos como: a transitividade; a relação existente entre os números e a medida; a compreensão acerca das unidades de medida de área e de iteração de unidades; a compreensão sobre estruturação espacial e disposições retangulares; o conceito de conservação, entre outros. O recurso tecnológico apresentado neste encontro foi o *Geoboard* e mostramos que é possível relacionar os conceitos das fórmulas de diferentes figuras planas.

Para a terceira oficina, a temática escolhida foi “Transformações Geométricas”, na qual trouxemos algumas obras de Escher[5] para introduzir o conteúdo de transformações geométricas e levantar uma reflexão nos professores sobre o tema. Foram trabalhadas

[4] Casal de Matemáticos holandeses Pierre e Dina Van Hiele que elaboraram o Modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico.

[5] Maurits Cornelis Escher (1898-1972) foi um artista gráfico holandês famoso por seus trabalhos com ilusão de óptica. Disponível em: https://mcescher.com/about/biography/.

nesta oficina questões que envolvem as habilidade da BNCC (BRASIL, 2018) e descritores do SAEB (BRASIL, 2020) acerca da construção de figuras planas, e sobre a ampliação e redução de figuras, seja com o uso de malhas quadriculadas, ou do plano cartesiano ou com tecnologias digitais, bem como, sobre simetria e homotetias. Utilizamos o *software Geogebra* como recurso tecnológico com potencial de auxiliar os educadores matemáticos no desenvolvimento desse tema em sala de aula.

Na quarta oficina, tivemos como temática "Números e operações", na qual discutimos sobre elaboração e resolução de problemas envolvendo as operações de cálculos com os números naturais, por meio de estratégias variadas, com e sem uso de calculadora. Buscamos levantar uma reflexão sobre diferentes procedimentos que podem ser usados para chegar ao resultado desejado. Um dos procedimentos apresentados na oficina foi a resolução de um problema segundo a heurística de George Polya (1997). Foi apresentado o *software Padlet* e elaborado um mural virtual denominado "Problemoteca". Solicitamos aos participantes que colocassem questões de multiplicação ou divisão e detalhassem os processos utilizados para resolução, com base na Heurística de Polya, para resolver a questão e verificar o resultado. Nas quatro primeiras oficinas dos dois ciclos, foram utilizados os mesmos materiais e recursos para os participantes. Já na quinta oficina, utilizamos a mesma unidade temática "Números" para os dois ciclos, porém com objetos de conhecimento diferentes.

A quinta oficina do primeiro ciclo teve como temática "Números", na qual discutimos sobre números inteiros, ressaltando as necessidades de introduzir os números negativos desde os anos iniciais, para que os estudantes tenham contato com os conceitos de números inteiros desde a infância e, com isso, diminuir as dificuldades de introdução e desenvolvimento desse conteúdo. Utilizamos alguns sites de jogos *online* como recurso com potencial de auxiliar os futuros professores de Matemática no desenvolvimento desse tema em sala de aula, como o ábaco online, o jogo de adição de inteiros, *Geogebra* e o Simulador *Phet Colorado*.

A quinta oficina do segundo ciclo teve a mesma temática "Números", na qual discutimos sobre números racionais, em especial frações. Buscamos mostrar os conceitos de frações, de inteiro, parte de um todo e equivalência, fazendo os participantes entenderem a ideia de fração e aprender para ensinar as operações com frações sem precisar da utilização do MMC. Utilizamos o tangram e a régua de frações como recurso com potencial de auxiliar os futuros professores de matemática no desenvolvimento desse tema em sala de aula. Destacamos também que esses materiais foram confeccionados pelos próprios participantes para demonstrar que em sala de aula eles devem buscar trazer a autonomia

e criatividade de seus alunos. Com isso, comprova-se que eles podem aprender a Matemática de uma forma não mecânica e o aluno pode ser o sujeito da aprendizagem.
Como resultado das nossas ações, tivemos ao todo dez oficinas com professores já formados e futuros professores de Matemática. Ao todo foram 55 participantes nos dois ciclos.

CONTRIBUIÇÕES DAS OFICINAS PARA OS PARTICIPANTES

Ao final dos ciclos de oficina, elaboramos um formulário de avaliação sobre nossos encontros. No primeiro ciclo, observamos que os participantes consideraram que as experiências adquiridas no projeto contribuíram de modo relevante para a sua formação continuada. Pedimos que eles destacassem alguma contribuição e os professores falaram que os aplicativos e materiais utilizados nas oficinas auxiliaram na adaptação ao ensino remoto, presencial e híbrido, no sentido de adotar novas metodologias.
Os professores destacaram ainda que as oficinas trouxeram mais conhecimentos para eles, e, consequentemente, para os seus alunos. Além disso, os professores reforçaram a importância da troca de experiência entre os colegas, proporcionada nos encontros, levando-os a refletir sobre suas práticas pedagógicas. Sobre isso trazemos a fala de um professor participante: "*De modo geral, o projeto nos proporcionou momentos de reflexão sobre nossa prática. Pudemos perceber ao longo das oficinas o quanto as pequenas modificações nas abordagens didáticas podem influenciar positivamente no processo de ensino e aprendizagem. Destaco aqui a apresentação dos recursos digitais e dos manipulativos que foram apresentados. [...] aprendi durante nossos encontros a olhar para os meus alunos com uma perspectiva diferente, percebendo com mais sutileza suas carências de aprendizagem e utilizar de momentos recreativos para ajudá-los a superar essas dificuldades*". (Professor A, relato escrito).
Sobre o segundo ciclo de oficinas, pedimos que os estudantes da graduação em Licenciatura em Matemática relatassem o que destacariam como mais significativo para sua aprendizagem e para sua formação como futuro(a) professor(a). Eles destacaram que foi muito importante perceber "*diferentes maneiras de vermos um mesmo conteúdo, com as atividades propostas e as possibilidades de serem trabalhadas com materiais concretos e virtuais*". (Estudante C, relato por escrito).
Os estudantes relataram ainda que compreenderam que é possível trabalhar de forma dinâmica, utilizando materiais didáticos, no intuito de melhorar a aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, trazemos a fala do Estudante E: "*Posso destacar as atividades com material concreto e os aplicativos sugeridos, que trouxe bastante reflexão sobre o nosso*

processo formativo, além de ampliar o nosso repertório na mediação do processo de ensino-aprendizagem do aluno". (Estudante E, relato por escrito).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base no formulário de avaliação e depoimentos dos participantes, notamos que o LEM como espaço de reflexão para futuras práticas pedagógicas e formação continuada é indispensável e de extrema relevância para professores e futuros professores. Também pudemos observar a necessidade que muitos graduandos e professores já formados possuem de um espaço que propicie fazer experimentos e colocar em prática toda teoria que acumularam com o tempo. As avaliações dos participantes dos ciclos de oficina 1 e o 2 mostraram a necessidade de estender o tempo das oficinas e/ou mostrar o passo a passo com mais explicação e exposição, destacando ainda mais a relevância de um LEM durante a graduação e depois.

Nossa ideia das oficinas, como citamos no início deste capítulo, era trazer os objetos de conhecimentos que os participantes sugeriram e apresentar um material concreto e/ou material digital para ajudá-los durante a pandemia. Explicitamos que os deixaríamos à vontade para estudar e buscar novos conhecimentos sobre as funcionalidades dos materiais apresentados, mostrando apenas os *softwares* e *sites* com a finalidade de ajudar para as determinadas questões trazidas nas oficinas.

Acreditamos que nosso trabalho foi de grande importância, pois notamos que os professores e os futuros professores se empenharam na participação das oficinas e utilizaram os recursos que disponibilizamos. Foi muito gratificante notar que os participantes estiveram entusiasmados, já que, através de métodos mais lúdicos, o ensino-aprendizagem se torna muito mais prazeroso.

Conclui-se que o projeto trouxe apoio aos que se disponibilizaram a ir em busca de novos conhecimentos e aperfeiçoamento das práticas pedagógicas. É notório que as oficinas deram suporte para que os professores e futuros professores se sentissem motivados a continuar buscando conhecimentos e refletindo sobre suas práticas pedagógicas em contextos diversificados, sempre buscando se superarem e se aprimorarem.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum** (BNCC). Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 15 ago. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

(INEP). **Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do SAEB**: documento de referência do ano de 2001. Brasília, DF: INEP, 2020.

CAÇADOR, S. B. **O desenvolvimento do conceito de área: um estudo com alunos do 3º ano de escolaridade**. 2012. Tese de Doutorado. Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação, Lisboa, 2012. Disponível em: https://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/2130. Acesso em: 07 ago. 2022.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. *In*: LINDQUIST, Mary Montgomery (org.). **Aprendendo e Ensinado Geometria**. São Paulo: Atual, 1994. p. 1-20.

LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

MISKULIN, R.G. S. As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2009. p. 153-178.

MODESLKI, D. **Competências docentes relacionadas ao uso pedagógico de tecnologias digitais: um estudo envolvendo disciplinas semipresenciais**. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica - PUCRS. Programa de Pós-Graduação da faculdade de Educação, Porto Alegre, 2015.

MORAN, J. M. ENSINO E APRENDIZAGEM INOVADORES COM TECNOLOGIAS. **Informática na educação: teoria & prática**, Porto Alegre, v. 3, n. 1, 2000. DOI: 10.22456/1982-1654.6474. Disponível em: https://www.seer.ufrgs.br/index.php/InfEducTeoriaPratica/article/view/6474. Acesso em: 19 set. 2022.

NÓVOA, A. (org.) **As Organizações Escolares e em Análise**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1997.

OLIVEIRA, Z. V.; KIKUCHI, L. M. **O laboratório de matemática como espaço de formação de professores. Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 48, n. 169, p. 802-829, 2021. Disponível em: http://publicacoes.fcc.org.br/index.php/cp/article/view/5239. Acesso em: 14 ago. 2022.

O LABORATÓRIO DE ENSINO MATEMÁTICA E A VIVÊNCIA DAS MÍDIAS SOCIAIS DIGITAIS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva
Graciana Ferreira Dias
Felipe de Souza Bento
Lyzia Nascimento de Sousa

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB – Brasil
jussara@dcx.ufpb.br, graciana@dcx.ufpb.br, fbento4596@gmail.com, lyziasousa60@gmail.com

INTRODUÇÃO

O presente capítulo traz um recorte das ações do projeto de extensão “O Laboratório de Ensino de Matemática como espaço de formação de professores: práticas e reflexões em contextos diversificados”, que ocorreu no período de maio de 2021 a abril de 2022, tendo como objetivo principal realizar encontros com professores da educação básica e discentes da Licenciatura em Matemática, para propiciar práticas e reflexões sobre o ensino-aprendizagem dessa disciplina, por meio da utilização de diferentes metodologias e materiais didáticos, em diferentes contextos, seja na modalidade de ensino remoto, presencial ou híbrido, embasados na perspectiva da concepção de Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como espaço formativo.

Ressaltamos que as ações do projeto ocorreram no momento pandêmico no qual as atividades aconteceram na modalidade do ensino remoto emergencial. Nesse sentido, neste capítulo iremos enfatizar as ações e reflexões desenvolvidas no projeto sobre como mitigar os efeitos da pandemia da covid-19 no sistema educacional, por meio de discussões de práticas metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem nas salas de aula. Para isso, foi necessário ampliar as ações do projeto com a utilização das mídias sociais digitais. Vale ressaltar que essas mídias se tornaram muito importantes para as práticas pedagógicas durante o período pandêmico, o que possibilitou adicionar uma diversidade de estratégias de ensino e recursos tecnológicos nas salas de aula.

Portanto, diante da necessidade de ampliação do alcance das ações extensionistas, surgiu a estratégia de vinculá-las às mídias sociais digitais, dessa forma, optamos por desenvolver atividades que foram elaboradas e realizadas por meio do *Instagram,* do *YouTube* e do *WhatsApp*.

AS MÍDIAS SOCIAIS DIGITAIS: UM AUXÍLIO NO PROCESSO DE INTERAÇÃO ENTRE PROFESSORES E ALUNOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Nossas ações tiveram como núcleo central a formação de professores de Matemática, na perspectiva da utilização do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) em diferentes contextos de ensino-aprendizagem, incluindo a utilização das tecnologias digitais de informação e comunicação. Nesse sentido, estamos alinhados aos autores Rêgo e Rêgo (2006), quando afirmam que o LEM

> constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o professor, que tem a oportunidade de avaliar na prática, sem as pressões do espaço formal tradicional da sala de aula, novos materiais e metodologias [...] (p. 41)

Sabemos que as dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática não são resolvidas apenas com o material didático disponível no Laboratório de Matemática, e que deve haver uma mediação por parte do professor. Nesse sentido, estamos alinhados à afirmação de Lorenzato (2009, p. 23-24), quando diz que

> a atuação do professor é determinante para o sucesso ou fracasso escolar. Para que os alunos aprendam significativamente, não basta que o professor disponha de um LEM. Tão importante quanto a escola possuir um LEM, é o professor saber utilizar corretamente os MDs.

Partindo dessas concepções, entendemos que as ações para a formação inicial ou continuada de professores devem ser organizadas para proporcionar experiências de aprendizagem, a fim de que o professor possa vivenciar e refletir sobre os seus aspectos didáticos. Nesse ponto, as experiências dos professores com o ensino remoto possibilitaram um engajamento no seu próprio desenvolvimento profissional frente às dificuldades metodológicas de como proceder na sala aula, nos diversos contextos de ensino, para promover uma efetiva aprendizagem.

Nesse sentido, a articulação que perpassa a utilização de diferentes metodologias, alinhadas diretamente às tecnologias digitais, reforça a necessidade de espaços pensados para essa vivência. Assim, os professores da educação básica, da universidade e licenciandos podem utilizar esses espaços formativos para desenvolver, nas práticas e pesquisas, a competência digital.

Essa competência digital está indicada na Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica – BNC-Formação (BRASIL, 2019), como uma das 10 competências gerais a serem desenvolvidas na formação inicial.

O conceito que utilizamos para competência digital foi apresentado em 2006 nas recomendações do Parlamento Europeu e do Conselho da União Europeia sobre as competências-chave para a aprendizagem ao longo da vida. Ela foi definida como sendo uma competência que "envolve o uso confiante e crítico da Tecnologia da Sociedade da Informação (IST) para trabalho, lazer e comunicação" (OFFICIAL JOURNAL OF THE EUROPEAN UNION, 2006, p. 15).

A necessidade de utilização dos recursos tecnológicos digitais nesse momento de pandemia forçou os professores a desenvolverem uma fluência digital que

> [...] está relacionada com o uso de recursos tecnológicos para desempenhar atividades presenciais e virtuais. [...] criar propostas de uso com base em necessidades identificadas pelo professor, utilizando esses recursos (MODELSKI; GIRAFFA; CASARTELLI, 2019, p. 8).

Tais recursos são de extrema importância, mas foi preciso ampliar as plataformas de interação entre professores, estudantes e objetos do conhecimeto trabalhados, com a utilização das mídias sociais, para que a comunicação fosse potencializada. Pois, sabemos que

> a mídia pode auxiliar e favorecer o estreitamento entre professores e alunos, auxiliando no processo de ensino e facilitando o contato entre ambos, diminuindo assim a distância entre professor e aluno (KOCHHANN 2015, p. 479).

O professor tem o importante papel de orientar os estudantes sobre onde obter informação e como utilizá-la, pois

> o aluno, se bem orientado, tem condições de utilizar todos os recursos que a mídia oferece, articulando as informações à medida que necessite delas, pois é com esse tipo de abordagem que o aluno aprende" (MODELSKI, 2015, p. 46).

RECURSOS DIGITAIS POTENCIALIZADORES DA INTERAÇÃO ENTRE PROFESSORES E ALUNOS

A princípio, é importante esclarecer que as ações iniciais pensadas para o projeto foram ciclos de oficinas didáticas para os professores da educação básica e para estudantes da graduação do curso de Licenciatura em Matemática do campus IV-UFPB, conforme relatado em outro capítulo deste livro. Durante a execução do projeto, visando aumentar a interação entre os participantes, partimos para a elaboração de tarefas utilizando as mídias sociais digitais do *Instagram,* do *YouTube* e do *WhatsApp.*

Dentre os recursos ofertados por essas mídias digitais, destacamos dois pontos que consideramos importantes para utilização no projeto: (1) a facilidade de acesso via celulares; (2) o fato de ser possível identificar a quantidade de pessoas que visualizaram a mensagem/*live*/vídeos, e/ou quantas pessoas os reproduziram e compartilharam.

AS TAREFAS DESENVOLVIDAS NO *INSTAGRAM*

No Instagram[6] elaboramos *lives,* postagens de conteúdos e vídeos animados, relativos aos objetos do conhecimento discutidos no projeto.

Para a elaboração das *lives*, sempre iniciávamos com o estudo sobre o tema que seria discutido, depois discutiamos as reflexões em reuniões com as coordenadoras, e, em conjunto, elaborávamos questões a serem debatidas. Em seguida, convidávamos um professor/autor/grupo de pesquisa referência na área para as discussões sobre o tema.

A primeira *live* ocorreu ocorreu no dia 15 de julho de 2021 e tratou do tema Matemática Recreativa. Tivemos como convidada a professora Dra. Maria da Conceição Alves Bezerra, que teve sua defesa do doutorado sobre Matemática Recreativa (BEZERRA, 2021). As discussões giraram em torno das possibilidades da Matemática Recreativa auxiliar o professor, aliando a atividade lúdica com o ensino, dessa maneira podendo despertar nos alunos o gosto pela matemática, já que se apresenta de forma divertida e popular.

Nessa *live*, tivemos 122 visualizações, com 24 interações no *chat* síncrono, e mais 7 interações posteriores ao momento da *live.* No total, tivemos 138 contas alcançadas, incluindo seguidores da conta do *Instagram* do projeto e não seguidores da conta. Foram registradas 231 impressões[7] sobre o vídeo da *live*, e houve procura sobre os materiais da Matemática Recreativa disponibilizados pelo projeto.

A segunda *live* ocorreu no dia 2 de setembro de 2021 e teve como proposta temática a interação entre dois projetos de extensão da UFPB, o nosso e um projeto do curso de Licenciatura em Pedagogia do Campo[8] (que têm objetivos interligados) para discutir a temática “A Formação de Professores e o Ensino Remoto: Dificuldades e Superações”.

---

[6] @professores.e.o.lem
[7] impressões são o número total de vezes que as pessoas alcançadas podem ter visualizado o conteúdo.
[8] Coordenado pela Profa. Cristiane Borges Angelo.

Na ocasião, recebemos no *Instagram* duas extensionistas para dialogar sobre as contribuições dos projetos aos docentes da educação básica acerca da utilização dos recursos didáticos, bem como discussões sobre soluções para os diversos problemas que ocorreram no momento das atividades remotas.

Nessa segunda *live*, tivemos ao todo 79 visualizações e 10 interações pelo chat síncrono sobre o conteúdo abordado. Também tivemos 122 contas alcançadas entre seguidores e não seguidores da conta do *Instagram* do projeto, tendo sido registradas 169 impressões.

A terceira *live* aconteceu no dia 7 de dezembro de 2021, tendo como tema a discussão sobre "A importância do clube de matemática". Para esse debate, convidamos os monitores do clube de matemática "Os matemáticos do amanhã"[9], da Escola Cidadã Integral Técnica Dom Marcelo Pinto Cavalheira, do município de Guarabira-PB. Discutimos sobre o clube de matemática e as aproximações das ações do nosso projeto, como também a importância do clube de matemática na escola e como ele ajuda na interação dos alunos com a matemática.

Durante a conversa com os monitores do clube de matemática, debatemos sobre a criação do projeto, sua implementação, e sobre as ações que são desenvolvidas. Nesse aspecto, os monitores relataram que o projeto tem como proposta ensinar matemática de uma forma didática, dinâmica e de fácil compreensão para os alunos, o que possibilitou uma aceitação por parte dos estudantes da Escola Cidadã Integral Técnica Dom Marcelo Pinto Cavalheira.

Nessa *live* tivemos 162 visualizações, chegamos a alcançar 315 contas, sendo elas seguidores e não seguidores da conta do *Instagram* do nosso projeto. Tivemos recentemente mais visualizações nessa postagem e foram registradas 391 impressões.

A ferramenta *Instagram* alia o amplo alcance que pode ser obtido por meio das *lives* e das postagens, com a possibilidade de uma interação mais assertiva de forma síncrona durante as lives. Percebemos também que, nesse momento, pôde-se atingir uma maior diversidade geográfica de participantes, especialmente professores do ensino básico de diversas cidades, de forma concomitante, o que é um dos limitadores em momentos de contato presencial. Assim, apesar das dificuldades de uso da ferramenta e do contato ser virtual, houve um ganho em diversidade e acesso desses professores.

[9] Coordenado pelo Prof. Franciclaudio de Meireles Silveira.

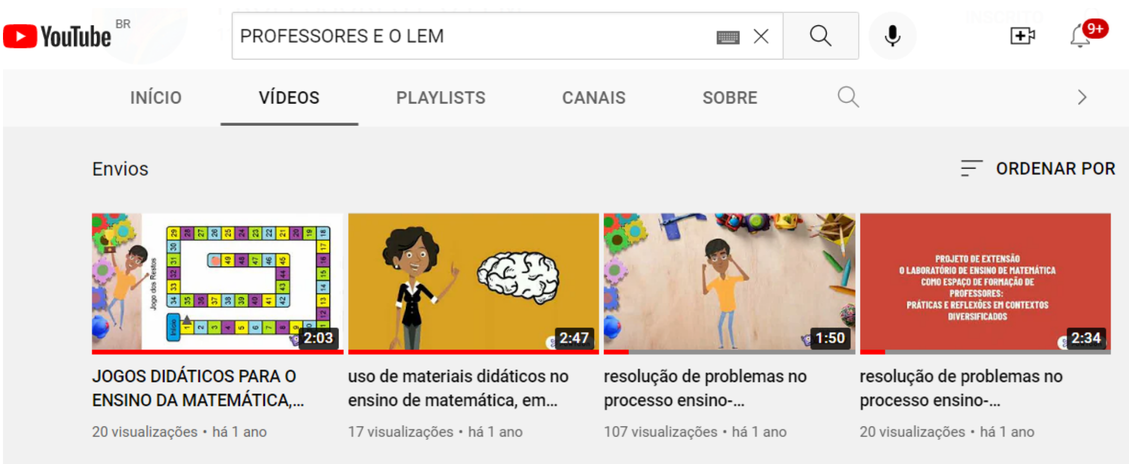
AS TAREFAS DESENVOLVIDAS NO *YOUTUBE*

Em busca de uma maior visibilidade e alcance do projeto, também criamos um canal no *YouTube*[10] e desenvolvemos conteúdos por meio vídeos didáticos animados sobre a resolução de problemas; materiais concretos e jogos no ensino de matemática.

As tarefas desenvolvidas para o *YouTube* foram a realização vídeos animados sobre temas e curiosidades relativos aos objetos do conhecimento discutidos no projeto. Para a elaboração desses vídeos foram necessárias algumas etapas: (1) estudar sobre a criação de vídeos animados; (2) pesquisar e estudar *softwares* e aplicativos de criação de vídeos; (3) elaborar roteiros com um planejamento detalhado sobre a escolha do tema (e o desenvolvimento dos conceitos a serem trabalhados) das imagens, das linguagens, escritas e faladas, da administração do tempo. Para a elaboração desses vídeos foram utilizados dois *softwares*: o *powtoon*[11] e o *animaker*[12].

O primeiro vídeo intitulado "Resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem", teve o objetivo de ampliar a comunicação dos conceitos sobre resolução de problemas, aproximando-se da linguagem dos estudantes da educação básica. O segundo vídeo também trata da resolução de problemas e foi intitulado "Resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem pelo método de Polya", com o objetivo apresentar a heurítica de Polya explicando, por meio da animação, as quatro etapas do processo de resolução de problemas.

Figura 1 – Vídeos postados no Canal do *YouTube*



Fonte: Atividades do projeto

[10] Canal no *YouTube* do Projeto: PROFESSORES E O LEM.
[11] *Powtoon* é um software simples de usar e possui ferramentas de criação de vídeo animado.
[12] *Animaker* é um criador de vídeos de animação.

O terceiro vídeo intitulado “O uso de materiais didáticos no ensino de matemática, em especial jogos”, teve como objetivo promover a importãncia da utilização dos materiais didáticos para o ensino de matemática, ampliando a comunicação, tanto com os professores da educação básica, quanto com os estudantes.

O quarto vídeo intitulado “Jogos didáticos para o ensino da matemática, em especial o jogo chamado trilha dos restos”, teve o objetivo promover uma interação dos estudantes da educação básica com os professores participantes do projeto, explicando um jogo para trabalhar conceitos básicos de forma lúdica.

Com a utilização da ferramenta *YouTube*, percebe-se a possibilidade de atingir um público mais amplo e por um período maior de tempo, por ser uma atividade assíncrona. Com os vídeos animados foi posível estabelecer uma vivência quanto à formação incial e continuada dos professores. Mas, além disso, permitiu que os professores utilizassem esses vídeos nas suas aulas, com seus alunos. Assim, a vivência no espaço do LEM, com o objetivo de formação dos professores, permite se estender também como uma ferramenta e material didático para a sua atuação profissional.

AS TAREFAS DESENVOLVIDAS NO *WHATSAPP*

Sabemos que o aplicativo *WhatsApp* é uma ferramenta que oferece uma comunicação rápida, como também uma plataforma de apoio para a educação, visto que permite envio de documentos, áudios e vídeos. Dessa forma, utilizamos o *WhatsApp* como um espaço contínuo de formação, no qual as discussões iniciadas nas oficinas podiam estender-se por mais tempo, o que promoveu uma melhor interação entre os participantes do projeto.

Por meio dessa ferramenta foi possível estabelecer uma comunicação mais ágil entre os participantes do projeto e os materiais produzidos puderam ser compartilhados de forma mais assertiva. Percebemos que essa mídia social digital deve ser utilizada de forma complementar com outras mídias, sendo um espaço efetivo de compartilhamento de informações. Tendo no referido projeto um certo limite no aprofundamento de discussões, pois, para isso, necessitaria de uma interação constate e contínua que demandaria mais tempo, o que não estava entre os objetivos iniciais do projeto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebeu-se, por meio da participação nas atividades do projeto, que tanto os professores da educação básica, como licenciandos de matemática, puderam vivenciar diversas situações para discutir temáticas ligadas à educação matemática por meio das mídias sociais digitais. A familiaridade com essas mídias sociais permite que os professores utilizem com mais segurança essas ferramentas nas suas atividades. Assim, o LEM propiciou um espaço de vivência e experimentação, fundamental para que os professores possam utilizar essas ferramentas em situações planejadas para a aprendizagem. Nessa vivência, eles puderam também experimentar as dificuldades e desafios aos quais seus alunos podem estar sujeitos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) Brasília: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: https://www.in.gov.br/web/dou/-/resolucao-cne/cp-n-1-de-27-de-outubro-de-2020-285609724. Acesso em: 15 set. 2022.

BEZERRA, Maria da Conceição Alves. **A matemática recreativa e suas potencialidades didático-pedagógicas à luz da teoria da objetivação**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2021.

KOCHHANN, A. *et al.* **O uso do *WhatsApp* como possibilidade de aprendizagem: uma experiência no ensino superior.** Anais da Semana de Integração da UEG Câmpus Inhumas. 2015. Disponível em: https://www.anais.ueg.br/index.php/semintegracao/article/view/5493. Acesso em: 13 set. 2022.

LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

MODESLKI, D. **Competências docentes relacionadas ao uso pedagógico de tecnologias digitais: um estudo envolvendo disciplinas semipresenciais**. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica - PUCRS. Programa de Pós-Graduação da faculdade de Educação, Porto Alegre, 2015.

MODELSKI, D.; GIRAFFA, L.; CASARTELLI, A. Tecnologias digitais, formação docente e práticas pedagógicas. **Educação e Pesquisa**. 2019.

OFFICIAL JOURNAL OF THE EUROPEAN UNION. Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning. 2006. Disponível em: https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=CELEX:32006H0962&from=EN . Acesso em: 17 set. 2022.

RÊGO, R.; RÊGO, R. Desenvolvimento e uso demateriais didáticos no ensino de matemática. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39-56.

AS CONTRIBUIÇÕES DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA – CAMPUS IV DA UFPB – PARA O ENSINO DIFERENCIADO INDÍGENA POTIGUARA

Surama Santos Ismael da Costa

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal da Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB – Brasil
surama@dcx.ufpb.br

INTRODUÇÃO

Os indígenas Potiguara, da nação Tupi, haviam se estabelecido, há poucas gerações, no litoral do Nordeste brasileiro quando os portugueses e outros europeus chegaram no Brasil na virada do século XVI. De acordo com a maioria dos estudiosos, eles teriam vindo da bacia do rio Paraná, deslocando-se pela mata atlântica (PALITOT, 2005). Essa etnia estava presente do litoral do Ceará à zona da mata da Paraíba. Hoje, vivem numa área com cerca de 34.000 hectares, que é uma redução do território anterior que ocupavam no estado da Paraíba, localizado nos municípios de Marcação, Baía da Traição e Rio Tinto, e têm uma população de aproximadamente 19.525 habitantes, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (2010).

O povo Potiguara resistiu às tentativas de abafamento de sua cultura, tanto por agentes religiosos quanto pelos governantes do Brasil. Porém, nas últimas décadas, muitas famílias Potiguara, principalmente aquelas que vivenciam o cristianismo de forma fervorosa, estão deixando de transmitir oralmente suas práticas culturais. Além disso, os jovens Potiguara, de forma semelhante a outros jovens, estão submetidos à atrativa influência do mundo virtual, o que promove um distanciamento social entre eles e os mais velhos e a não busca dos saberes ancestrais. Para combater essa ameaça que ronda a manutenção da cultura Potiguara, e a própria identidade indígena enquanto continuidade de memória, a educação escolar indígena tem desempenhado um papel fundamental, e hoje é uma das principais "armas" usadas na "viagem da volta" – movimento indígena iniciado na década de 20 do século XX que busca garantir os direitos indígenas.

A educação escolar indígena foi uma das conquistas desse movimento. Ela teve início entre as décadas de 60 e 70 e se consolidou na Constituição Federal Brasileira de 1988, que garantiu uma educação intercultural e diversificada, permitindo a preservação da cultura, das línguas e das tradições indígenas no ambiente escolar. Nela, a criança terá um encontro mais ativo com sua cultura e, a partir dele, poderá reavivar em seu núcleo familiar, ou até mesmo na comunidade, a noção de pertencimento e o orgulho de se identificar como indígena.

Até 1991, a educação escolar indígena era tutelada pela Fundação Nacional do Índio (Funai), passando a ser responsabilidade do Ministério da Educação (MEC) a partir daquele ano. Esse órgão esteve à frente de leis fundamentadoras do ensino diferenciado, como a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabeleceu as diretrizes e bases da educação nacional, estipulando uma base nacional comum para ser implementada em todo o sistema de ensino, propondo, no seu Art. 26, a inserção de conteúdos diversificados contendo as características regionais e locais da sociedade, da cultura e da clientela. No âmbito da Paraíba, a resolução CEE/PB nº 207/2003 estabeleceu normas para a organização, a estrutura e o funcionamento das escolas indígenas no sistema de ensino público estadual. Leis existiam, mas precisavam ser implementadas. As lideranças indígenas se mobilizaram para esse fim, conseguindo que duas escolas estaduais indígenas fossem implantadas em terras Potiguara em 2003: a Escola Cacique Iniguaçu, na Aldeia Tramataia, no município de Marcação, e a Escola Pedro Poti, na Aldeia São Francisco, no município de Baía da Traição. Hoje, "as 11 escolas estaduais indígenas dentro do Território Potiguara/PB têm se constituído espaço de afirmação e fortalecimento identitário, pois os vários aspectos da cultura indígena atravessam a vida, o currículo, a convivência e o ensino." (SANTOS, 2021, p. 94-95). Elas têm em seu currículo três disciplinas específicas – Tupi, Etnohistória, Arte e Cultura.

As escolas com o ensino diferenciado que haviam sido implantadas em 2003 tiveram, e têm, dificuldade em encontrar professores capacitados. Para um indígena, alcançar o ensino superior era muito difícil. Esse nível de ensino era demasiadamente elitista, destinado a uma pequena parcela da população. Nos últimos anos, essa realidade vem mudando. Um número significativo de indígenas, como também de outras pessoas de baixo poder aquisitivo, estão tendo a oportunidade de se graduar.

Em 2006, despontou a possibilidade de uma nova perspectiva de vida para o povo Potiguara, assim como para todos da região do Vale do Mamanguape[13] e de outras cidades

[13] Região Metropolitana localizada no estado da Paraíba constituída por nove municípios: Baía da Traição, Cuité de Mamanguape, Curral de Cima, Itapororoca, Jacaraú, Mamanguape, Marcação, Mataraca e Pedro Régis.

próximas. Nesse ano, o MEC aprovou o projeto de criação do Campus IV da UFPB, o Centro de Ciências Aplicadas e Educação (CCAE), o qual fazia parte do Programa Expandir do Governo Federal. Por motivos políticos, esse Campus foi divido em duas unidades, uma na cidade de Mamanguape e outra na cidade de Rio Tinto.

Inicialmente, foram ofertados dez cursos, mas nenhum deles de caráter intercultural como, por exemplo, uma Licenciatura em Educação Indígena. Um dos cursos iniciais do CCAE foi o curso de Licenciatura em Matemática, na unidade do município de Rio Tinto, que teve seu primeiro Projeto Político Pedagógico aprovado em abril de 2006 e reconhecido por meio da Portaria n°485 publicada no Diário Oficial da União em 23/12/2011. O Projeto Político Pedagógico vigente pontua que o objetivo do curso é garantir:

> [...] uma sólida formação em conteúdos matemáticos, formação pedagógica dirigida ao trabalho do professor e em conteúdo de áreas afins, necessárias ao exercício do magistério, que possibilite a vivência crítica da realidade do ensino em sua região, tornando os alunos capazes de experimentar propostas interdisciplinares. (Projeto Político Pedagógico do curso de Licenciatura em Matemática do Campus IV-UFPB, 2007, p. 6).

Desta forma, justifica-se um estudo que visa investigar as contribuições do curso de Licenciatura em Matemática do Campus IV da UFPB para o ensino diferenciado indígena potiguara, uma vez que as escolas que desenvolvem esse tipo de ensino se encontram na região que esse curso se propõe a atender. O objetivo desse capítulo é apresentar as pesquisas realizadas pelos alunos e pelos professores envolvendo o povo Potiguara e os possíveis projetos desenvolvidos nas escolas presentes em território indígena. Para tanto, foi realizada uma pesquisa que constatou que pouco tem sido realizado pelo curso de Licenciatura em Matemática do Campus IV da UFPB dentro desta perspectiva, muito embora se vislumbre um horizonte mais produtivo nessa direção com a criação, em julho de 2022, do grupo de pesquisa POTIS – Pesquisas interculturais em Educação Matemática, composto por professores e alunos desse curso e convidados, e do projeto de extensão intitulado "Inclusão Digital no Ambiente Escolar Indígena", que se iniciou em agosto de 2022.

METODOLOGIA

Esta pesquisa está estruturada nos princípios do estado da arte e tem uma abordagem quanti-qualitativa. Tem o desafio de fazer o levantamento e a análise da produção científica e dos projetos acadêmicos do curso Licenciatura em Matemática do Campus IV da UFPB que envolvem o povo Potiguara, tentando responder se esse curso vem contribuindo de forma significativa para o ensino diferenciado indígena. Segundo Soares (1987, p. 3):

> Essa compreensão do estado de conhecimento sobre um tema, em determinado momento, é necessária no processo de evolução da ciência, a fim de que se ordene periodicamente o conjunto de informações e resultados já obtidos, ordenação que permita indicação das possibilidades de integração de diferentes perspectivas, aparentemente autônomas, a identificação de duplicações ou contradições, e a determinação de lacunas e vieses. (apud FERREIRA, 2002, p. 259)

As fontes de pesquisas foram: o catálogo da Biblioteca Digital de Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC) dos discente do CCAE/Curso de Licenciatura em Matemática, onde são armazenadas e organizadas por ano de publicação, para livre consulta; o diretório Google Acadêmico, com o recorte temporal de 2006 (ano de criação do curso pesquisado) a julho de 2022; e uma consulta ao corpo docente do curso Licenciatura em Matemática do Campus IV da UFPB sobre os projetos de pesquisa e extensão que eles desenvolveram, ou estão desenvolvendo, que por ventura contribuíssem com o ensino o diferenciado indígena Potiguara.

Inicialmente foi realizado o mapeamento dos TCCs defendidos em 2011 (ano dos primeiros TCC defendidos desse curso) até os trabalhos defendidos em junho de 2022 e de outras produções científicas existentes sobre os descritores “etnomatemática”, “Potiguara” e “ensino diferenciado indígena”. Terminada a etapa de quantificação das informações dos dados objetivos e concretos (pesquisa quantitativa), a etapa seguinte foi realizar a análise dessa produção, buscando identificar as ênfases e as escolhas metodológicas e teóricas utilizadas (pesquisa qualitativa).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram detectadas 212 monografias defendidas por licenciados em Matemática pelo UFPB-Campus IV. Dentre elas, oito abordavam assuntos relacionados à cultura do povo Potiguara.

A monografia do licenciado Edilson Pereira da Silva, intitulada **Investigando os conhecimentos matemáticos do cultivo da mandioca na Aldeia Três Rios em Marcação – PB,** defendida em 2012. Nela, o autor se propôs a apresentar e a analisar o saber matemático utilizado pelo grupo indígena Potiguara, situado às margens da BR 064, no município de Marcação, litoral norte da Paraíba, no que diz respeito às atividades cotidianas associadas à produção de mandioca.

A monografia da licenciada Jussara Clementino, intitulada **Análise e Sugestões para obra do 6º ano Matemática: Ideias e Desafios acerca da Cultura Indígena,** defendida em 2014. Nela, a autora investigou como a cultura indígena vem sendo explorada nos livros didáticos de matemática.

A monografia da licenciada Jessica Claudia Lima dos Santos, intitulada **Revivendo a Cultura Indígena Potiguara da Paraíba: uma sequência didática sobre unidades de medida,** defendida em 2019. Nela, a autora visava resgatar técnicas da cultura indígena que estão caindo em desuso e analisar a matemática informal utilizada, relacionando-a com a matemática formal. Para tanto, apresentou uma sequência didática para o ensino-aprendizagem de conceitos de unidades de medida (massa e comprimento) revisitando as unidades corporais de medida utilizadas pelo povo Potiguara da Paraíba.

A monografia do licenciado Leonardo Cinésio da Silva, intitulada **Formas geométricas: visualização e identificação através de pinturas corporais indígenas**, defendida em 2019. Nela, o autor objetivava investigar o uso de pinturas corporais na visualização de propriedades das formas geométricas planas. Foi apresentada e aplicada uma sequência didática com o uso da Etnomatemática no estudo da Geometria Plana Espaço e Forma, utilizando pinturas corporais do povo Potiguara.

A monografia da licenciada Marcela de Araújo da Silva, intitulada **Etnomatemática: uso de medidas não convencionais e convencionais utilizadas pelos indígenas Potiguara na agricultura**, defendida em 2019. Nela, a autora teve como objetivo principal desenvolver uma sequência didática que relacionasse as unidades de medidas convencionais e não convencionais utilizadas na agricultura pelo povo Potiguara da Paraíba, promovendo, além do ensino da matemática, um resgate cultural.

A monografia do licenciado José Delfino Neto, intitulada **Saberes Etnomatemáticos na Aldeia São Francisco da Etnia Potiguara: algumas Grandezas e Medidas,** defendida em 2021. Nela, o autor identificou os conhecimentos matemáticos relacionados às Grandezas e Medidas utilizados nas práticas culturais do povo Potiguara residentes na aldeia São Francisco, município de Baía da Traição.

A monografia do licenciado José Humberto de Araújo Alves, intitulada **História em quadrinhos: identificação e visualização de polígonos na pintura corporal dos indígenas Potiguara com auxílio da plataforma *Storyboard That*,** defendida em 2022. Nela, o autor investigou a geometria presente nas pinturas corporais do povo Potiguara a fim de promover a visualização e a identificação de polígonos nessas pinturas. Em seguida, ele utilizou a plataforma Storyboard That para a criação de uma história em quadrinhos envolvendo a geometria e a cultura indígena.

A monografia da licenciada Geane de Souza Oliveira, intitulada **Uma Proposta**

Didática para o Ensino de Simetria por meio da Confecção de Cestos de Cipó do Povo Potiguara da Paraíba, defendida em 2022. Nela, a autora teve como objetivo geral investigar a possibilidade do uso dos cestos de cipós e palha de dendê na visualização de propriedades de Simetrias.

A pesquisa nos diretórios acadêmicos sobre as possíveis produções acadêmicas efetivadas pela comunidade acadêmica analisada revelou três artigos científicos: Gomes e Paiva (2016), Gomes e Dias (2015) e Gomes *et al.* (2019).

O único projeto encontrado tem a coordenação da professora Claudilene Costa, lotada no Departamento de Ciências Exatas do CCAE e atual vice coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática. Um projeto de extensão universitária com o título **Inclusão Digital no Ambiente Escolar Indígena**, com o período de execução de 01/08/2022 a 31/07/2023.

O grupo de pesquisa POTIS foi idealizado em julho de 2022 pelas professoras Jussara Paiva e Graciana Dias, lotadas no Departamento de Ciências Exatas do CCAE, com o objetivo de promover estudos e pesquisas entre professores e estudantes da licenciatura em Matemática e professores da Educação Básica sobre temáticas ligadas à Etnomatemática, História da Matemática, Teoria da Objetivação e Matemática Recreativa. Ele tem o intuito de trazer discussões interculturais na área de Educação Matemática. O nome POTIS não se trata de uma sigla, e sim de uma homenagem ao povo Potiguara.

O número de TCCs produzidos pela comunidade acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática do Campus IV da UFPB envolvendo a cultura indígena é considerado irrisório para uma década e meia de atuação do CCAE – corresponde a 3,8% da produção total. Apenas três artigos foram produzidos. Dos oito TCC defendidos, sete deles são de autoria de ex-alunos Potiguara, o que demonstra que os alunos Potiguara, se assim desejarem, encontram professores dispostos a orientá-los, mesmo não sendo a sua área principal de formação.

Entretanto, a existência de um único TCC realizado por não indígena demonstra a falta de interesse do alunado em geral pela temática. Esse fato pode ser decorrente da inexistência de uma disciplina sobre a Etnomatemática, vista apenas como um tópico da disciplina Laboratório de Matemática, bem como da falta de projetos anteriores a 2022, tanto de extensão como de pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluída esta pesquisa, foi observado que o curso de Licenciatura em Matemática da UFPB – Campus IV não prepara seus alunos para atuarem no ensino diferenciado indígena, pois não os torna capazes de experimentar propostas interdisciplinares que envolvam conhecimentos da cultura indígena Potiguara. O que não significa que este curso, em seus 16 anos de existência, não tenha contribuído para o processo de ensino-aprendizagem desse povo, uma vez que, tendo formado mais de 200 profissionais licenciados, promoveu significativa melhora nos padrões de ensino da matemática na região.

REFERÊNCIAS

ALVES, J. H. A. **História em quadrinhos: identificação e visualização de polígonos na pintura corporal dos indígenas Potiguara com auxílio da plataforma *Storyboard That*.** Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2022.

CLEMENTINO, J. **Análise e Sugestões para obra do 6º ano Matemática: Ideias e Desafios acerca da Cultura Indígena**. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2014.

DELFINO NETO, J. **Saberes Etnomatemáticos na Aldeia São Francisco da Etnia Potiguara: algumas Grandezas e Medidas.** Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2021.

FERREIRA, N. S. As pesquisas denominadas "estado da arte". **Educação & Sociedade**, São Paulo, ano 23, n. 79, p.257-272, ago. 2002.

GOMES, L. C. DIAS, G. F. Prática Docente e Etnomatemática: Uma Investigação nas Aldeias Potiguara Da Paraíba. **Anais do II CONEDU** – Congresso Nacional de Educação, Campina Grande-PB. 2015.

GOMES, L. C; PAIVA, J. P A. A. Figuras Geometricas encontradas em Pinturas Corporais dos Povos Indígenas Potiguara da Paraíba. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**, São Paulo - SP, 2016.

GOMES, L. C. *et al*. Etnomatemática Uma Prática Pedagógica Realizada Com Alunos Da 2° Série Do Ensino Médio Um Relato De Experiência. **Anais do VI CONEDU** – Congresso Nacional de Educação, Fortaleza-CE. 2019.

GOMES, L.C. **Formas geométricas: visualização e identificação através de pinturas corporais indígenas**. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2019.

OLIVEIRA, G. S. **Uma Proposta Didática para o Ensino de Simetria por meio da Confecção de Cestos de Cipó do Povo Potiguara da Paraíba.** Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2022.

PALITOT, E. M. **Os Potiguara da Baía da Traição e Monte-Mor:** história, etnicidade e cultura. João Pessoa: Dissertação (Mestrado de Pós-graduação em Sociologia), 2005.

SANTOS, J. C. L. **Revivendo a Cultura Indígena Potiguara da Paraíba: uma sequência didática sobre unidades de medida** Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2019.

SANTOS, P. L. **Morombo'esara Nhebo'e**: O Aprender e o Ensinar do Professor Indígena Potiguara na Baía da Traição. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2021.

SILVA, E. P. **Investigando os conhecimentos matemáticos do cultivo da mandioca na Aldeia Três Rios em Marcação – PB**. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2012.

SILVA, M. A. S. **Etnomatemática: uso de medidas não convencionais e convencionais utilizadas pelos indígenas Potiguara na agricultura.** Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2019.

HAMILTONIANO DE UM PÊNDULO COM OSCILAÇÃO HARMÔNICA

Teodomiro José dos Santos Neto[1]
José Laudelino de Menezes Neto [2]

Curso de Licenciatura em Matemática
Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB – Brasil

[1]teodomiro.santos@academico.ufpb.br
[2]laudelino@dcx.ufpb.br

INTRODUÇÃO

Durante a Iniciáção Científica do primeiro autor, sob orientação do segundo autor, no período de 2021 a 2022, pesquisamos sobre a teoria de Hamiltonianos com o intuito de fazer uma aplicação no estudo de um pêndulo com oscilação harmônica vertical (BARDIN; MARKEEV, 1995).

Estudamos os pré-requisitos necessários para melhor compreensão da teoria (SOUZA, 2015), funções de duas variáveis e o conceito de derivadas parciais, Equações Diferenciais Ordinárias, sistemas Hamiltonianos, sistemas Hamiltonianos lineares, espaços vetoriais simpléticos, matrizes simpléticas, funções geradoras, dentre outros temas.

Entretanto, neste capítulo, seremos mais diretos e iremos descrever acerca de funções de duas variáveis reais, o conceito de derivadas parciais, sistemas Hamiltonianos, e a obtenção da função Hamiltoniana que representa a dinâmica do pêndulo com oscilação harmônica vertical.

FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS

Uma função de duas variáveis reais a valores reais é uma função $f: A \to \mathbb{R}$, onde A é um subconjunto de $\mathbb{R}^2$. Uma tal função associa, a cada par $(x, y) \in A$, um único número $f(x, y) \in \mathbb{R}$. O conjunto A é o domínio de f.

Muitas vezes se deixa de especificar o domínio, ficando implícito, então, se tratar do maior subconjunto de $\mathbb{R}^2$ para o qual faz sentido a regra da função em questão.

Por exemplo, a função g de duas variáveis reais dada por $g(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$ tem como domínio o seguinte conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \neq y\}$.

Dada uma função $f: A \to \mathbb{R}$, A subconjunto do $\mathbb{R}^2$, o conceito de derivada parcial de f em relação a x é dado por $\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h}$, desde que o limite exista. O mesmo conceito é aplicado para o caso da derivada parcial de f em relação a y, $\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x,y+h)-f(x,y)}{h}$.

De modo informal, podemos dizer que as regras de derivação usuais das funções de uma variável real se aplicam a estas funções de duas variáveis, desde que se considere uma das variáveis como constante, para calcular a derivada em função da outra variável. Por exemplo, para calcular $\frac{\partial g}{\partial x}$ com $g(x,y) = \frac{x+y}{x-y}$, consideramos y como uma constante e derivamos a expressão de g como função de x, obtendo $\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \frac{-2y}{(x-y)^2}$. No cálculo da derivada parcial de $g(x,y)$ em função de y, temos $\frac{\partial g}{\partial y}(x,y) = \frac{2x}{(x-y)^2}$.

Para a função $h(x,y) = 3x^2 + 4xy - 5y^3$, temos $\frac{\partial h}{\partial x}(x,y) = 6x + 4y$ e $\frac{\partial h}{\partial y}(x,y) = 4x - 15y^2$.

Mais detalhes acerca de funções de duas variáveis e de derivadas parciais, recomendamos consultar (GUIDORIZZI, 2014).

SISTEMAS HAMILTONIANOS

Um sistema Hamiltoniano é um sistema de $2n$ equações diferenciais ordinárias da forma

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}, \qquad \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q},$$

onde a função $H = H(t,p,q)$ é chamada de Hamiltoniano, ou função Hamiltoniana, e $H(t,p,q)$ está definida em um aberto W de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$, ou seja, $t \in \mathbb{R}, q \in \mathbb{R}^n$ e $p \in \mathbb{R}^n$.

Os vetores $q \in \mathbb{R}^n$ e $p \in \mathbb{R}^n$ são tradicionalmente chamados, respectivamente, de posição e momento, e a variável $t \in \mathbb{R}$ é chamada de tempo. Destacamos que q e p são funções que dependem do tempo t, além do fato de serem conjugadas, p é conjugada a q. O inteiro $n > 0$ é o número de graus de liberdade do sistema.

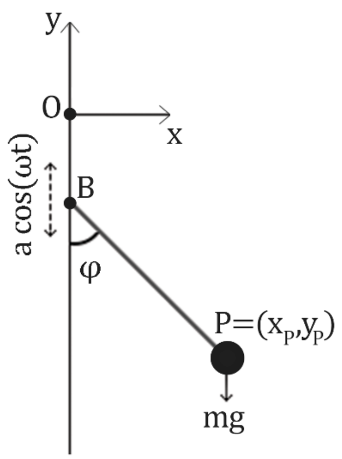
PÊNDULO COM OSCILAÇÃO HARMÔNICA

Muitos dos termos utilizados nesta seção, energia cinética, energia potencial, Lagrangiano etc., requerem um conhecimento básico na área de Física (BARCELOS NETO, 2004) (HALLIDAY et al, 2012).

Nesta abordagem (BARDIN; MARKEEV, 1995), um pêndulo consiste de uma haste rígida, inextensível, de comprimento l, e de massa desprezível, onde um de seus extremos está fixado em um ponto B no plano, enquanto que no outro extremo existe um objeto de massa m, chamado de bulbo do pêndulo, localizado no ponto P. Em um ponto O, fixamos um referencial, os eixos x e y. O ângulo entre a haste do pêndulo e o eixo y é chamado de φ. O ponto B possui uma oscilação harmônica vertical, para cima e para baixo, no eixo y, dada por $a\cos(\omega t)$. A representação gráfica do que é dito neste parágrafo é exibida na Fig. 1.

Nosso objetivo é obter a equação do movimento do bulbo do pêndulo, posicionado no ponto P (Fig. 1). A posição do pêndulo é dada por $P = (x_P, y_P)$, com $x_P = l\sin\varphi$, enquanto que $y_P = -l\cos\varphi - a\cos(\omega t)$.

Figura 1 – Pêndulo com oscilação harmônica vertical.



Fonte: Elaboração dos autores (2022).

Assim, a energia cinética é igual a

$$T = \frac{1}{2}m\left[\left(\frac{dx_P}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_P}{dt}\right)^2\right],$$

com

$$\frac{dx_P}{dt} = l\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi \ \text{ e } \ \frac{dy_P}{dt} = l\frac{d\varphi}{dt}\operatorname{sen}\varphi + a\omega\operatorname{sen}(\omega t).$$

Substituindo estas expressões acima de $\frac{dx_P}{dt}$ e $\frac{dy_P}{dt}$ na equação da energia cinética, e omitindo os termos que não dependem de φ e $\frac{d\varphi}{dt}$, pois são irrelevantes na dinâmica do problema, temos a expressão final de T dada por

$$T = \frac{1}{2}ml^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + a\omega ml\frac{d\varphi}{dt}\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}(\omega t).$$

Representando $\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$, podemos reescrever T como

$$T = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\varphi}^2 + a\omega m l \dot{\varphi} \operatorname{sen} \varphi \sin(\omega t).$$

A energia potencial do problema é dada por

$$\Pi = -mgl \cos \varphi\,,$$

onde g é a constante da gravidade.

O Lagrangiano do problema é definido por $L = T - \Pi$. Então, a equação da dinâmica do pêndulo é obtida ao calcularmos

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0, \qquad (1)$$

esta equação em (1) é chamada de equação de Euler-Lagrange, e lembramos que $\dot{\varphi}$ é uma simplificação para $\frac{d\varphi}{dt}$.

Fazendo o passo a passo das contas,

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = m l^2 \dot{\varphi} + a\omega m l \operatorname{sen} \varphi \sin(\omega t),$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) = m l^2 \ddot{\varphi} + a\omega^2 m l \operatorname{sen} \varphi \cos(\omega t) +$$

$$a\omega m l \dot{\varphi} \cos \varphi \operatorname{sen}(\omega t)$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} = a\omega m l \dot{\varphi} \cos \varphi \operatorname{sen}(\omega t) - mgl \operatorname{sen} \varphi.$$

Portanto, substituindo estas duas últimas equações em (1), obtemos a equação da dinâmica do pêndulo com oscilação harmônica vertical

$$\ddot{\varphi} + \left[\frac{g}{l} + \frac{a\omega^2}{l}\cos(\omega t)\right] \operatorname{sen} \varphi = 0. \qquad (2)$$

A função Hamiltoniana definida por

$$H(\varphi, p) = \frac{1}{2} p^2 - \left[\frac{g}{l} + \frac{a\omega^2}{l}\cos(\omega t)\right] \cos \varphi, \qquad (3)$$

satisfaz a equação da dinâmica do pêndulo com oscilação harmônica vertical em (2), para tanto, basta observarmos que, a partir do sistema Hamiltoniano

$$\dot{\varphi} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi}, \qquad (4)$$

chegamos a mesma equação em (2).

Com efeito,

$$\frac{\partial H}{\partial p} = p, \qquad \frac{\partial H}{\partial \varphi} = \left[\frac{g}{l} + \frac{a\omega^2}{l}\cos(\omega t)\right] \operatorname{sen} \varphi$$

e substituindo estas expressões acima em (4), obtemos, respectivamente,

$$\dot{\varphi} = p, \qquad \dot{p} = -\left[\frac{g}{l} + \frac{a\omega^2}{l}\cos(\omega t)\right]\operatorname{sen}\varphi,$$

o que nos leva a equação em (2), pois $\dot{p} = \ddot{\varphi}$. Recordando que o ponto representa a derivada em função de t, ou seja $\dot{p} = \frac{dp}{dt}$ e $\ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$.

Este Hamiltoniano em (3) possui $n = 1$ grau de liberdade, $\varphi \in \mathbb{R}$ é a posição e $p \in \mathbb{R}$ é o momento.

Apesar de já termos apresentado diretamente a função Hamiltoniana em (3) que satisfaz, a partir do sistema Hamiltoniano em (4), a equação da dinâmica do pêndulo com oscilação harmônica vertical em (2), existe uma técnica onde dado o Lagrangiano do problema, podemos obter a função Hamiltoniana, e vice-versa, mais informações são encontradas em (BARCELOS NETO, 2004, p. 331). Esta técnica é comumente chamada de Transformada de Legendre.

CONCLUSÃO

Tendo como motivação o problema do pêndulo com oscilação harmônica vertical, representamos sua dinâmica a partir de um sistema Hamiltoniano, dado pela função Hamiltoniana em (3). Para compreensão dos elementos da teoria, para o nosso caso específico, foi-se necessário um breve estudo de funções de duas variáveis reais e de derivadas parciais.

Mostramos uma aplicação da Matemática em outras áreas, no caso, na Física, destacando o uso de derivadas, por exemplo, quando do cálculo da expressão da equação de Euler-Lagrange em (1) para obtenção da equação da dinâmica do pêndulo em (2).

Ressaltamos que a teoria de Hamiltonianos também é fortemente utilizada no estudo da dinâmica de sistemas planetários, como pode ser visto na dissertação de (OLIVEIRA, 2018).

Conforme mencionado na Introdução, existem teorias várias a serem estudadas neste ramo, omitidas neste capítulo, como é o caso de sistemas Hamiltonianos lineares, espaços vetoriais simpléticos, funções geradoras etc. Portanto, esperamos ter deixado um quê de curiosidade para os interessados em se aventurar nesta área.

REFERÊNCIAS

BARCELOS NETO, J. **Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana**. São Paulo: Editora Livraria da Física. 2004.

BARDIN, B. S.; MARKEEV, A. P. The Stability of the Equilibrium of a Pendulum for Vertical Oscillations of the Point of Suspension. **J. App. Maths Mechs.**, Vol. 59, 1995. p. 879-886.

GUIDORIZZI, Hamilton L. **Curso de Cálculo**, volume 2. Rio de Janeiro: LTC. 2014.

HALLIDAY, D. et al. **Fundamentos de Física**, volume 1. Rio de Janeiro: LTC. 2012.

OLIVEIRA, D. A. da S. **Estabilidade Espectral no Problema Carregado de N-Corpos**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática - Universidade Federal de Sergipe, 2018. Disponível em: https://ri.ufs.br/handle/riufs/7670. Acesso em: 28 de ago. de 2022.

SOUZA, R. S. **Estabilidade Paramétrica em Sistemas Hamiltonianos com um grau e meio de liberdade**. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática - Universidade Federal de Sergipe, 2015. Disponível em: https://ri.ufs.br/handle/riufs/5816. Acesso em: 27 de ago. de 2022.

FUNÇÃO ZETA LOCAL EM TEORIA ANALÍTICA DOS NÚMEROS

Marcos André Jose Valcácio[1]

Curso de Licenciatura em Matemática
Universidade Federal da Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB – Brasil
[1]marcos@dcx.ufpb.br

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, a função zeta será discutida a partir da teoria analítica dos números e, mostraremos uma equação funcional que admite uma continuação analítica para o domínio de todos os *quasi-caracteres*. Utilizando a análise de Fourier, a Função Zeta Local será definida como sendo uma integral sobre o grupo multiplicativo K^*, de certas funções sobre K multiplicadas por *quasi-caracter*es, onde K é o completamento de um corpo de números algébricos. Para isto, mencionaremos a noção de medida de Haar em um grupo abeliano localmente compacto. Para os cálculos serem mais compreensíveis, restringiremos apenas para o corpo dos números reais e o corpo dos números complexos.

1. Grupos Topológicos e Medida de Haar

Definição 1.1: Um Grupo Topológico é um conjunto com duas estruturas:

(i) G é um grupo;

(ii) G é um espaço topológico.

Além disso, as operações multiplicação $(x,y) \mapsto x \cdot y$ e inversão $x \longmapsto x^{-1}$ são contínuas.

Um espaço topológico X é dito "localmente compacto" se todo ponto de X admite uma vizinhança compacta. Se G for um grupo topológico, então G é localmente compacto se, e somente se, existe uma vizinhança compacta de 1_G.

Definição 1.2: Seja G um grupo localmente compacto. Uma integral de Haar sobre G é uma integral positiva μ tal que f, g são funções sobre G contínuas, de suporte compacto e $f(x) = g(x),\ \forall x \in G \quad \Rightarrow \quad \mu(f) = \mu(g)$.

Notação: $\mu(f) = \int_G f(x) d\mu(x)$

Teorema 1.1: *Se G é um grupo localmente compacto, então sempre existe uma única integral de Haar sobre G, a menos de constante.*
Demonstração: Ver Higgins (1974). ■

Desta forma, podemos passar de uma integral de Haar para uma "medida de Haar" sobre um grupo localmente compacto.

Definição 1.3: Considere $\mathbb{C}^1 = \{z \in \mathbb{C}/\ |z| = 1\}$. Um "caracter" de um grupo topológico G é um homomorfismo contínuo $\chi: G \longrightarrow \mathbb{C}^1$.

2. Extensão de corpos e elementos algébricos

Seja L um corpo e $K \subset L$ um subcorpo de L. Dizemos que L é uma extensão de corpo de K. Além disso, o corpo L é considerado um espaço vetorial sobre o corpo K. Dado $\alpha \in L$ tal que seja raiz de um polinômio com coeficientes no corpo K, então α é dito um elemento "algébrico" sobre K. Se tal fato não ocorrer, então α é dito um elemento "transcendente".

Definição 2.1: Dizemos que L é uma extensão algébrica de K se todo elemento $\alpha \in L$ for algébrico sobre K.

Definição 2.2: Seja K um corpo qualquer. Um valor absoluto sobre K é uma aplicação $|\cdot|: K \longrightarrow \mathbb{R}$ se atender as seguintes propriedades:
i) $|a| \geq 0, \forall a \in K\ e\ |a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$;
ii) $|ab| = |a||b|, \forall\ a, b \in K$;
iii) Se existir $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $|a| \leq 1 \Longrightarrow |1 + a| \leq \alpha$.

O item (iii) poderia ser mudado pela desigualdade triangular, pois são equivalentes. Se $\alpha = 1$, dizemos que o valor absoluto é não-arquimediano. É dito arquimediano caso contrário. Com a definição de valor absoluto sobre o corpo K, podemos definir uma métrica de tal forma que seja um grupo topológico. Dessa forma, sempre existe (e é único, a menos de isomorfismo) um completamento de K. Para isto, fixamos os seguintes valores absolutos:

- Se K é real, então $|\cdot|_{\mathbb{R}}$ é o valor absoluto usual;
- Se K é complexo, então $|\alpha|_{\mathbb{C}} = a^2 + b^2$ onde $\alpha = a + bi \in \mathbb{C}$;

- Se K é $\mathfrak{p}$-ádico, então $|\alpha|_{\mathfrak{p}} = \begin{cases} 0, & se\ \alpha = 0 \\ \left(N_{\mathfrak{p}}\right)^{-v_{\mathfrak{p}}(\alpha)} & se\ \alpha \neq 0 \end{cases}$ onde $v_{\mathfrak{p}}(\alpha)$ é a valorização de α e $N_{\mathfrak{p}}$ é a norma do ideal $\mathfrak{p}$.

É possível mostrar que os valores absolutos $|\cdot|_{\mathbb{R}}$ e $|\cdot|_{\mathbb{C}}$ são arquimedianos e $|\cdot|_{\mathfrak{p}}$ é não arquimediano.

Denotaremos por K como um completamento de um corpo de números algébricos em divisor primo $\mathfrak{p}$ (ideal primo do anel dos inteiros algébricos). Temos dois casos:

a) Se $\mathfrak{p}$ é arquimediano, então K será isomorfo ao corpo real $\mathbb{R}$ ou o corpo complexo $\mathbb{C}$.

b) Se $\mathfrak{p}$ é discreto, então K será isomorfo a um corpo $\mathfrak{p}$-ádico.

Denota-se por K^+ o grupo aditivo $(K, +)$. A descrição de um grupo de caracteres de K^+ (denotado por $\widehat{K}^+$) é descrito no lema abaixo.

Lema 2.1: *Se $\chi: K^+ \longrightarrow \mathbb{C}^1$ é um caracter não trivial, então para cada $\eta \in K^+$ é um caracter a aplicação $\xi \longrightarrow \chi_\eta(\xi) = \chi(\eta\xi)$. Além disso, a correspondência $\eta \longrightarrow \chi_\eta$ é um isomorfismo algébrico e topológico entre K^+ e $\widehat{K}^+$.*

Demonstração: Rudin (1962) e Valcácio (1999). ■

Teorema 2.1: *O grupo K^+ é naturalmente identificado com o seu grupo de caracteres $\widehat{K}^+$ associando-se $\eta \in K^+$ com o caracter $\chi_\eta: \xi \longrightarrow e^{2\pi i \Lambda(\eta\xi)}$ de K^+, onde $\Lambda: K^+ \longrightarrow \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ tal que $\Lambda(\xi) = \lambda T_{K/\mathbb{R}}(\xi)$, $T_{K/\mathbb{R}}$ é o funcional linear traço de K em R e $\lambda: R \longrightarrow \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ é uma aplicação aditiva, continua e não trivial, onde $R = \mathbb{R}$ ou $R = \mathbb{Q}_p$.*

Demonstração: Ver Valcácio (1999). ■

Definição 2.3: Para qualquer grupos localmente compacto G, definimos

$$L^1(G) = \{f: G \longrightarrow \mathbb{C}/f \text{ e } |f| \text{ são integráveis}\}$$

$$\mathcal{B}^1(G) = \left\{f: G \longrightarrow \mathbb{C}/f \text{ contínua e } \hat{f} \in L^1(G)\right\}$$

onde $\hat{f}$ é a transformada de Fourier da função f definida no teorema a seguir.

Teorema 2.2: *Define-se a transformada de Fourier da função $f \in L^1(K^+)$ por:*

$$\hat{f}: \widehat{K}^+ \to \mathbb{C}; \quad \hat{f}(\chi_\eta) = \int_{K^+} f(\xi) e^{-2\pi i \Lambda(\eta\xi)} d\xi$$

Então com a nossa escolha da medida, para toda $f \in \mathcal{B}^1(K^+)$ vale a fórmula de inversão

$$f(\xi) = \int_{K^+} \hat{f}(\eta) e^{2\pi i \Lambda(\eta\xi)} d\xi = \hat{\hat{f}}(-\xi).$$

Demonstração: Pelo Teorema 2.1, pode-se identificar o elemento $\eta \in K^+$ com o caracter $\chi_\eta \in \widehat{K}^+$ e a medida $d\xi$ fixada em K^+ é a que tem uma identificação com a de $\widehat{K}^+$. Assim $\hat{f}(\chi_\eta) = \hat{f}(\psi(\eta))$, e por simplicidade denotaremos por $\hat{f}(\chi_\eta) = \hat{f}(\eta)$. A fórmula de inversão é válida pelo "Teorema de inversão de Fourier", que também é válido para qualquer grupo abeliano localmente compacto, estabelecendo que a medida foi normalizada corretamente, verificando a validade desta fórmula para uma função não nula em cada caso. Para $K = \mathbb{R}$ tomamos $f(\xi) = e^{-\pi\xi^2}$, para $k = \mathbb{C}$ tomamos $f(\xi) = e^{-\pi|\xi|^2}$ e, para K $\mathfrak{p}$-ádico tomamos $f(\xi) = \chi_{\boldsymbol{\sigma}}(\xi)$, a função característica do anel $\boldsymbol{\sigma}$ **(**o anel de valorização de K^+). Demonstração destes fatos pode ser vista em Valcácio (1999). Para terminar a demonstração do teorema, falta mostrar que $f(\xi) = \hat{\hat{f}}(-\xi), \forall \xi \in K^+$. Pela fórmula de inversão e definição de $\hat{f}$, obtém-se

$$f(\xi) = \int_{K^+} \hat{f}(\eta) e^{2\pi i \Lambda(\eta\xi)} d\eta = \int_{K^+} \left(\int_{K^+} f(\xi) d\xi \right) d\eta$$

Por outro lado,

$$\hat{\hat{f}}(-\xi) = \int_{K^+} \hat{f}(\eta) e^{-2\pi i \Lambda(-\eta\xi)} d\eta$$

$$= \int_{K^+} \left(\int_{K^+} f(\xi) e^{-2\pi i (\Lambda(\eta\xi) + \Lambda(-\eta\xi))} d\xi \right) d\eta$$

$$= \int_{K^+} \left(\int_{K^+} f(\xi) d\xi \right) d\eta$$

(A aplicação Λ é aditiva). Portanto $f(\xi) = \hat{\hat{f}}(-\xi)$. ■

Através de algumas considerações que serão omitidas aqui (para mais detalhes ver Valcácio (1999)), podemos escolher medidas de Haar em K^+ que satisfaçam o teorema 2.2 (isto é, que sejam auto duais).

1) Para $K = \mathbb{R}$: $\mu = d\xi$, a medida de Lebesgue usual;

2) Para $K = \mathbb{C}$: $\mu = 2d\xi$;

3) Para K $\mathfrak{p}$-ádico: ver Valcácio (1999).

Definição 2.4: (1) Um "*Quasi-caracter*" de K^* é qualquer aplicação contínua e multiplicativa $c: K^* \longrightarrow \mathbb{C}^*$.

(3) Dois *quasi-caracteres* c_1 e c_2 são ditos equivalentes se $\frac{c_1}{c_2}(\alpha) = 1,\ \forall \alpha \in \mathcal{U} = \{\alpha \in K^* / \ |\alpha| = 1\}$.

Teorema 2.3: *Os quasi-caracteres são funções da forma* $c(\alpha) = \tilde{c}(\tilde{\alpha})|\alpha|^s$*, onde* $\tilde{c}$ *é um caracter de* $\mathcal{U}$ *e* $|\tilde{\alpha}| = 1$.

Demonstração: Ver Valcácio (1999).

Da expressão $c(\alpha) = \tilde{c}(\tilde{\alpha})|\alpha|^s$ temos que $|c(\alpha)| = |\alpha|^\sigma$, onde $\sigma = \mathrm{Re}(s)$ é unicamente determinado por c. Por este teorema, uma classe de equivalência consistirá de todos os *quasi-caracteres* da forma $c(\alpha) = c_0(\alpha)|\alpha|^s$, onde c_0 é um representante fixo da classe e $s \in \mathbb{C}$. Com a introdução de números complexos podemos interpretar esta classe de equivalência como uma superfície de Riemann.

Observando o conjunto de todos os *quasi-caracteres* como uma coleção de superfícies de Riemann, podemos falar de analiticidade de uma função de *quasi-caracteres* em um ponto ou em uma região, como também singularidade. Podemos também considerar a questão de continuação analítica de uma função, embora isto deva ser feito sobre cada superfície (classe de equivalência de *quasi-caracteres*) separadamente.

3. A função ζ local e a Equação Funcional

Sejam f uma função complexa sobre K^+ e $f(\alpha)$ a sua restrição a K^*. Denotamos por $\mathcal{Z}$ o conjunto de todas as funções que satisfazem as seguintes condições:

$\mathcal{Z}_1)$ $f \in \mathcal{B}^1(K^+)$;

$\mathcal{Z}_2)$ $f(\alpha)|\alpha|^\sigma$ e $\hat{f}(\alpha)|\alpha|^\sigma \in L^1(K^*)$ para $\sigma > 0$.

Definição 3.1: (Função Zeta de K) Para cada $f \in \mathcal{Z}$, definimos uma função $\zeta(f, c)$ para todos os *quasi-caracteres* de expoente maior do que zero por

$$\zeta(f, c) = \int_{K^*} f(\alpha)c(\alpha)d^*\alpha \tag{4.1}$$

onde $d^*\alpha$ é uma medida de Haar apropriada para K.

Lema 3.1: *A função* ζ *é analítica no domínio de todos os quasi-caracteres de expoente maior do que zero.*

Demonstração: Valcácio (1999). ∎

A função ζ tem uma continuação analítica para o domínio de todos os *quasi-caracteres* c através de uma equação funcional. Para isto, definimos o *quasi-caracter* $\hat{c}(\alpha) = |\alpha|c^{-1}(\alpha)$. Note que: $|\hat{c}(\alpha)| = |\alpha|^{1-\sigma} \Longrightarrow$

$$\exp(\hat{c}) = 1 - \sigma = 1 - \exp(c)$$

<u>Teorema 3.1</u>: *Para c no domínio* $0 < exp(c) < 1$*, temos*

$$\zeta(f, c)\zeta(\hat{g}, \hat{c}) = \zeta(\hat{f}, \hat{c})\zeta(g, c)$$

para qualquer duas funções $f, g \in \mathcal{Z}$*.*

Demonstração: Por definição,

$$\zeta(f, c)\zeta(\hat{g}, \hat{c}) = \int_{K^*} f(\alpha)c(\alpha)d^*\alpha \int_{K^*} \hat{g}(\beta)\hat{c}(\beta)d^*\beta$$

$$= \int_{K^*} f(\alpha)c(\alpha)d^*\alpha \int_{K^*} \hat{g}(\beta)c^{-1}(\beta)|\beta|d^*\beta$$

Como $0 < \exp(c) = \sigma < 1$, então $0 < \exp(c^{-1}) = 1 - \sigma < 1$. Segue que ambas as integrais são absolutamente convergentes para c no domínio considerado. Podemos reescrever o produto das integrais acima como uma integral absolutamente convergente sobre o produto direto $K^* \times K^*$, na qual $d^*(\alpha, \beta) = d^*\alpha d^*\beta$**.** Assim,

$$\zeta(f, c)\zeta(\hat{g}, \hat{c}) = \int_{K^* \times K^*} f(\alpha)\, \hat{g}(\beta)c(\alpha\beta^{-1})|\beta|d^*(\alpha, \beta)$$

$$= \int_{K^*} \left[\int_{K^*} f(\alpha)\hat{g}(\alpha\beta)|\alpha|d^*\alpha\right] c(\beta^{-1})|\beta|d^*\beta$$

onde a última igualdade foi obtida através do Teorema de Fubini. De modo análogo, obtém-se que a mesma igualdade vale para $\zeta(\hat{f}, \hat{c})\zeta(g, c)$**.** Agora, usando o fato que pela medida de Haar $d^*\alpha$ que escolhemos e que ela é invariante por translação, obteremos que

$$\int_{K^*} f(\alpha)\hat{g}(\alpha\beta)|\alpha|d^*\alpha = \int_{K^*} \hat{f}(\alpha\beta)g(\alpha)|\alpha|d^*\alpha$$

Portanto,

$$\zeta(f, c)\zeta(\hat{g}, \hat{c}) = \zeta(\hat{f}, \hat{c})\zeta(g, c) \qquad \blacksquare$$

Agora podemos enunciar o principal teorema da teoria local a que nos propusermos a trabalhar neste capítulo, a saber:

Teorema 3.2 (Continuação Analítica e Equação Funcional da função ζ): *A função ζ tem continuação analítica para o domínio de todos os quasi-caracteres dada por uma equação funcional do tipo*

$$\zeta(f, c) = \rho(c)\zeta(\hat{f}, \hat{c}).$$

O fator $\rho(c)$, que é independente de f, é uma função meromorfa de quasi-caracteres definida no domínio $0 < exp(c) < 1$ pela própria equação funcional e, para todos os quasi-caracteres por continuação analítica.

Demonstração: Na seção abaixo, exibiremos para cada classe de equivalência $\mathcal{C}$ de *quasi-caracter*es c uma função $\mathrm{f}_{\mathcal{C}} \in \mathcal{Z}$ tal que $\rho(\mathrm{c}) = \frac{\zeta(\mathrm{f}_{\mathcal{C}}, \mathrm{c})}{\zeta(\widehat{\mathrm{f}_{\mathcal{C}}}, \hat{\mathrm{c}})}$ esteja bem definida (i.e, $\zeta(\widehat{\mathrm{f}_{\mathcal{C}}}, \hat{\mathrm{c}}) \not\equiv 0$) para $\mathrm{c} \in \mathcal{C}$, $0 < \exp(\mathrm{c}) < 1$ e, é uma função meromorfa do parâmetro s que descreve a superfície associada à $\mathcal{C}$. Além disso, terá uma continuação analítica para toda a classe $\mathcal{C}$. Assumindo estes fatos, se $\mathrm{f} \in \mathcal{Z}$ então

$$\zeta(\mathrm{f}, \mathrm{c})\zeta(\widehat{\mathrm{f}_{\mathcal{C}}}, \hat{\mathrm{c}}) = \zeta(\hat{\mathrm{f}}, \hat{\mathrm{c}})\zeta(\mathrm{f}_{\mathcal{C}}, \mathrm{c})$$

$$\Rightarrow \zeta(\mathrm{f}, \mathrm{c}) = \frac{\zeta(\mathrm{f}_{\mathcal{C}}, \mathrm{c})}{\zeta(\widehat{\mathrm{f}_{\mathcal{C}}}, \hat{\mathrm{c}})} \zeta(\hat{\mathrm{f}}, \hat{\mathrm{c}}) = \rho(\mathrm{c})\zeta(\hat{\mathrm{f}}, \hat{\mathrm{c}}). \qquad \blacksquare$$

3.1 Cálculo de $\rho(\mathrm{c})$ para Funções ζ Especiais

Nesta seção, faremos o cálculo do fator $\rho(c)$ para o caso $K = \mathbb{R}$ e $K = \mathbb{C}$. O cálculo que envolve o corpo $\mathfrak{p}$-ádico pode ser visto em detalhes em Valcácio (1999).

a) **Caso $K = \mathbb{R}$**

Consideraremos neste caso: $x \in K^{+}$, $\Lambda(x) = -x(\text{mod } \mathbb{Z})$, $\alpha \in \mathbb{R}^{*}$, $|\alpha|$ =Valor absoluto usual, $d\alpha$ (a medida de Lebesgue usual) e $d^{*}\alpha = \frac{d\alpha}{|\alpha|}$.

(1) <u>Classes de Equivalência de *Quasi-caracter* ($\mathcal{C}$)</u>

Se $K = \mathbb{R}$, tem-se $\tilde{c}(\tilde{\alpha}) = \alpha^{-n}$, $n = 0, 1$ e $\tilde{\alpha} \in \{-1, 1\}$. Logo, os *quasi-caracter*es que são da forma $c(\alpha) = \tilde{c}(\tilde{\alpha})|\alpha|^{s} = |\alpha|^{s}$ (denotaremos simplesmente por $||^{s}$) constituem uma classe de equivalência ou os que são da forma $c(\alpha) = \pm|\alpha|^{s}$ (denotaremos por $\pm||^{s}$), que constituem a outra classe. Lembrando que cada classe de equivalência pode ser identificada com o plano complexo.

(2) <u>As funções correspondentes de $\mathcal{Z}$</u>

$$\mathcal{C} = ||^{s} \Rightarrow f_{\mathcal{C}}(x) = f(x) = e^{-\pi x^{2}}$$

$$\mathcal{C} = \pm||^{s} \Rightarrow f_{\mathcal{C}}(x) = f_{\pm}(x) = xe^{-\pi x^{2}}$$

É fácil mostrar que f e $f_{\pm}$ são C^{∞}, pertencem a $L^{1}(\mathbb{R}^{+})$ e $f(\alpha)|\alpha|^{\sigma}$, $f_{\pm}(\alpha)|\alpha|^{\sigma} \in$

$L^1(\mathbb{R}^+)$.

(3) <u>Transformada de Fourier</u>

i) $\hat{f}(x) = e^{-\pi x^2} = f(x)$

$$\hat{f}(x) = \int_{\mathbb{R}^+} f(y) e^{-2\pi i \Lambda(xy)} dy = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi y^2} e^{-2\pi i(-xy)} dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi y^2 + 2\pi i x y} dy = e^{-\pi x^2} \tag{4.5}$$

ii) $\hat{f}_{\pm}(x) = ixe^{-\pi x^2} = if_{\pm}(x)$

$$\hat{f}_{\pm}(x) = \int_{\mathbb{R}^+} f_{\pm}(y) e^{-2\pi i \Lambda(xy)} dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} y e^{-\pi y^2} e^{-2\pi i(-xy)} dy = ixe^{-\pi x^2}$$

(4) <u>A Função Zeta</u>

Lembrando que para $Re(s) > 0$, definimos $\Gamma(s) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{s-1} dt$. Então temos:

$$\zeta(f, ||^s) = \int_{\mathbb{R}^*} f(\alpha)|\alpha|^s d^*\alpha = \int_{\mathbb{R}^*} e^{-\pi\alpha^2} |\alpha|^s \frac{d\alpha}{|\alpha|}$$

$$\overset{t=\pi\alpha^2}{\cong} 2\int_0^{\infty} e^{-t} \left(\frac{t}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}(s-1)} \left(\frac{\pi^{-\frac{1}{2}}}{2} t^{-\frac{1}{2}}\right) dt$$

$$= 2\int_0^{\infty} e^{-t} t^{\frac{s}{2}-1} dt = \pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right); \tag{4.2}$$

$$\zeta(f_{\pm}, \pm||^s) = \int_{\mathbb{R}^*} f_{\pm}(\alpha)(\pm|\alpha|^s) d^*\alpha$$

$$= 2\int_0^{\infty} \alpha e^{-\pi\alpha^2} \alpha^{s-1} d\alpha = \pi^{-\left(\frac{s+1}{2}\right)} \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\frac{s+1}{2}-1} dt$$

$$= \pi^{-\frac{s+1}{2}} \Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right); \tag{4.3}$$

$$\zeta\left(\hat{f}, \widehat{||}^s\right) = \zeta\left(\hat{f}, \widehat{||}^{1-s}\right) = \int_{\mathbb{R}^*} f(\alpha)|\alpha|^{1-s} d\alpha$$

$$= 2\int_0^{\infty} e^{-\pi\alpha^2} \alpha^{-s} d\alpha = \pi^{-\frac{1-s}{2}} \Gamma\left(\frac{1-s}{2}\right). \tag{4.4}$$

$$\zeta\left(\hat{f}_{\pm}, \pm\widehat{||}^s\right) = \zeta\left(\hat{f}_{\pm}, \pm\widehat{||}^{1-s}\right) = \int_{\mathbb{R}^*} if_{\pm}(\alpha)(\pm|\alpha|^{1-s}) d^*\alpha$$

$$= \int_{\mathbb{R}^*} i\alpha e^{-\pi\alpha^2} (\pm|\alpha|^{1-s}) \frac{d\alpha}{|\alpha|} = \quad (4.4) \quad \int_0 e^{-\pi\alpha^2} \alpha^{1-s} d\alpha$$

$$= i\pi^{-\frac{(1-s)+1}{2}}\Gamma\left(\frac{(1-s)+1}{2}\right). \tag{4.5}$$

(5) <u>A Expressão Explícita para $\rho(c)$</u>

Segundo Ahlfors, os polos da função Gama são os inteiros negativos e que satisfaz as seguintes identidades para $s \in \mathbb{C}$:

$$\Gamma\left(\frac{1-s}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1+s}{2}\right) = \frac{\pi}{\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)}; \tag{4.6}$$

$$\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)\Gamma\left(1-\frac{s}{2}\right) = \frac{\pi}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi s}{2}\right)}; \tag{4.7}$$

$$\sqrt{\pi}\Gamma(2s) = 2^{2s-1}\Gamma(s)\Gamma\left(s+\frac{1}{2}\right). \tag{4.8}$$

Combinando (4.6) com (4.8) e (4.7) com (4.8), obtemos respectivamente:

$$\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{s}{2}\right) = 2^{1-s}\pi^{-s}\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)\Gamma(s); \tag{4.9}$$

$$\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right) = 2^{1-s}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi s}{2}\right)\Gamma(s)\Gamma\left(1-\frac{s}{2}\right). \tag{4.10}$$

Usando as expressões da função ζ obtida e as expressões (4.9) e (4.10), obtemos respectivamente:

$$\rho(||^s) = \frac{\zeta(f, ||^s)}{\zeta(\hat{f}, \widehat{||}^s)} = \frac{\pi^{-\frac{s}{2}}\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}{\pi^{-\frac{1-s}{2}}\Gamma\left(\frac{1-s}{2}\right)} = \pi^{-s}\frac{\pi^{\frac{1}{2}}\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-s}{2}\right)}$$

$$\therefore \quad \rho(|\quad|^s) = 2^{1-s}\pi^{-s}\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)\Gamma(s),$$

$$\rho(\pm||^s) = \frac{\zeta(f_\pm, \pm||^s)}{\zeta(\hat{f}_\pm, \pm\widehat{||}^s)} == \pi^{-s}\frac{\pi^{\frac{1}{2}}\Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right)}{i\Gamma\left(1-\frac{s}{2}\right)}$$

$$\therefore\ \rho(\pm||^s) = -i2^{1-s}\pi^{-s}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi s}{2}\right)\Gamma(s)$$

Note que os polos da função Gama são cancelados pelos zeros de $\cos\left(\frac{\pi s}{2}\right)$ e de $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi s}{2}\right)$, exceto para s inteiro negativo par e s inteiro negativo ímpar, respectivamente. Logo, $\rho(||^s)$ e $\rho(\pm||^s)$ são funções meromórficas com polos simples em s inteiro negativo par e s inteiro negativo ímpar, respectivamente.

b) **Caso $\boldsymbol{K} = \mathbb{C}$**

Considerando neste caso: $z = x + iy \in \mathbb{C},\ \alpha = re^{i\theta} \in \mathbb{C}^*, |\alpha| = r^2$ (quadrado do valor absoluto usual), $\Lambda(z) = -2Re(z) = -2x(\mathrm{mod}\ \mathbb{Z}),\ dz = 2dxdy$ e $d^*\alpha = \frac{d\alpha}{|\alpha|} =$

$\frac{2rdrd\theta}{r^2} = \frac{2}{r}drd\theta$. Onde, aqui $rdrd\theta$ representa a medida $dxdy$ em coordenadas polares. Além disso, para $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ temos

$$\int_{\mathbb{C}} f(z)dz = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\big(u(x,y) + iv(x,y)\big)2dxdy$$

(1) <u>Classes de Equivalência de *Quasi-caracter* ($\mathcal{C}$)</u>

Dado $n \in \mathbb{Z}$ defina o caracter c_n da seguinte forma:

$$c_n : \mathbb{C}^* \to \mathbb{C}^1;\quad c_n\big(re^{i\theta}\big) = e^{in\theta}.$$

Estes caracteres representam as diferentes classes de equivalência, pois se c é um *quasi-caracter,* então temos que $c(\alpha) = \tilde{c}(\tilde{\alpha})|\alpha|^s = e^{in\theta}|\alpha|^s$, para algum $n \in \mathbb{Z}$. Assim c é equivalente a c_n e, denotaremos esta classe de equivalência por $c_n||^s$.

(2) <u>As funções correspondentes de $\mathcal{Z}$</u>

Dado $n \in \mathbb{Z}$, considere

$$f_n(z) = \begin{cases} (x - iy)^{|n|}e^{-2\pi(x^2+y^2)}, & \text{se } n \geq 0 \\ (x + iy)^{|n|}e^{-2\pi(x^2+y^2)}, & \text{se } n < 0 \end{cases}$$

Assim,

$$\int_{\mathbb{C}} |f_n(z)|\, dz = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\left|e^{-ni\theta}r^{|n|}e^{-2\pi r^2}\right|2rdrd\theta$$

$$= (2\pi)^{-\frac{1}{2}|n|}\Gamma\left(\frac{1}{2}|n| + 1\right) < \infty.$$

$$\int_{\mathbb{C}^*} |f_n(\alpha)|\alpha|^\sigma d^*\alpha = (2\pi)^{-(\sigma+\frac{|n|}{2}-1)}\Gamma\left(\sigma + \frac{|n|}{2}\right) < \infty.$$

Então $f_n(z) \in L^1(\mathbb{C}^+)$ e $f_n(\alpha)|\alpha|^\sigma \in L^1(\mathbb{C}^*)$. Além disso, f_n é uma função contínua.

(3) <u>Transformada de Fourier</u>

$$\hat{f}_n(z) = i^{|n|}f_{-n}(z),\qquad \forall n \in \mathbb{Z}$$

(4) <u>A Função Zeta</u>

Para $\alpha = re^{i\theta} \in \mathbb{C}^*$, temos que $|\alpha|^s = r^{2s}$ e $f_n(\alpha) = r^{|n|}e^{-ni\theta}e^{-2\pi r^2}$. Assim,

$$\zeta(f_n, c_n||^s) = \int_{\mathbb{C}^*} f_n(\alpha)c_n(\alpha)|\alpha|^s d^*\alpha$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} r^{2(s-1)+|n|}e^{-2\pi r^2}2rdrd\theta$$

$$= (2\pi)^{(1-s)-\frac{|n|}{2}}\Gamma\left(s + \frac{|n|}{2}\right); \tag{4.11}$$

$$\zeta\big(\hat{f}_n, c_n\widehat{||^s}\big) = \zeta\big(i^{|n|}f_{-n}, c_{-n}||^{1-s}\big)$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} i^{|n|} r^{2(1-s)+|n|} e^{-2\pi r^2} \frac{2rdrd\theta}{r^2}$$

$$= i^{|n|} (2\pi)^{s-\frac{|n|}{2}} \Gamma\left((1-s) + \frac{|n|}{2}\right). \qquad (4.12)$$

(5) <u>A Expressão Explícita para $\rho(c)$</u>

Combinando as expressões (4.11) e (4.12), temos

$$\rho(c_n||^s) = (-i)^{|n|} (2\pi)^{1-2s} \frac{\Gamma\left(s + \frac{|n|}{2}\right)}{\Gamma\left((1-s) + \frac{|n|}{2}\right)}$$

Note que a função $\rho(c_n||^s)$ está bem definida e é meromorfa, pois a função Gama é meromorfa e não possui zeros e sim polos nos inteiros negativos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria analítica dos números algébricos possibilita redefinir a função zeta local a partir da análise de Fourier como sendo uma integral sobre o completamento do corpo de números algébricos. Além disso, esta função zeta local admite uma continuação analítica e uma equação funcional para o domínio de todos os *quasi-caracter*es.

REFERÊNCIAS

AHLFORS, L. V. **Complex Analysis**. New York: McGraw-Hill Book Company, 1979.

HIGGINS, P. J. **An Intoduction to topological groups**. Cambridge: Cambridge University Press, 1974.

RUDIN, W. **Fourier analysis on groups**. New York: Intercience Publishers, 1962.

VALCÁCIO, M. A. J. **Funções Zeta**: teoria "global" e algumas conexões com a teoria clássica. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade de Brasília, Brasília, 1999.

MODELO MATEMÁTICO DE MICROSSEGREGAÇÃO DINÂMICO: UMA PROPOSTA PARA UTILIZAÇÃO DE SIMULAÇÕES DIGITAIS EM CURSOS DE ENGENHARIA.

José Elias dos Santos Filho [1]
Roberto Mariano de Araújo Filho [2]
Sérgio de Albuquerque Souza [3]

Curso de Licenciatura em Matemática – Universidade Federal do Paraíba (UFPB)
Rio Tinto – PB– Brasil

jose.elias@academico.ufpb.br[1], robertomariano@uern.br[2], sergio@mat.ufpb.br[3]

INTRODUÇÃO

Nos cursos de Engenharia de Materiais e de Engenharia Mecânica os alunos se deparam com disciplinas, logo nos primeiros anos de formação, que abordam conceitos de fundamental importância em sua formação profissional. Conceitos como diagramas de equilíbrio de fases e solidificação de ligas metálicas são conceitos de difícil compreensão por parte dos alunos, pois demandam a interpretação do comportamento das ligas quando alteradas suas propriedades físicas.

Segundo Lins (2010), os professores que já atuam em sala de aula e utilizam tecnologias digitais, apenas reproduzem práticas tradicionais, sem explorar o devido potencial desses recursos. Essas dificuldades e entraves tecnológicos que os professores enfrentam nas situações de ensino, influenciam fortemente, na aprendizagem dos alunos, já que as mudanças inerentes ao processo de solidificação de ligas metálicas, advém de alterações físico-químicas que são melhores compreendidos, quando representados algébrica e graficamente, em modelos matemáticos dinâmicos.

Um dos recursos digitais que pode ser utilizado para explorar esses modelos matemáticos é o software Geogebra (HOHENWARTER, 2001). O Geogebra é um software de matemática dinâmica, com licença gratuita e escrito em linguagem JAVA, o que lhe permite estar em diferentes plataformas. Além disso, a linguagem do software é simples, intuitiva, contando com uma comunidade aberta que disponibiliza Objetos de Aprendizagem (OA) de forma online, e que pode ser acessado em diferentes dispositivos, seja móvel ou não.

Neste trabalho, será apresentado um objeto de aprendizagem como suporte para aprendizagem em cursos de engenharia no estudo de ligas binárias. Segundo Aguiar e Flores (2014, p. 14), um OA "... pode se constituir em um módulo com conteúdo autoexplicativo, que faz sentido e é autosuficiente, sem a necessidade de complementos". No entanto, não há um consenso sobre a definição dos objetos, que podem ser vídeos, slides, animações ou simulações, podendo ser utilizados em diferentes contextos ou contextos específicos.

Neste trabalho será apresentado o OA denominado de *Modelos de Microssegregação Dinâmicos*, construído com o software Geogebra e que pode ser utilizado por professores dos cursos de engenharia que necessitam de uma ferramenta para abordar e explorar os conceitos de difusão, diagrama de equilíbrio de fases, processo de solidificação de ligas metálicas, bem como trabalhar com modelos matemáticos de microssegregação que descrevem, de forma simples, a redistribuição de soluto durante a solidificação de uma liga binária.

O objetivo consiste na visualização geométrica de três modelos matemáticos de microssegregação, são eles: modelo da Regra da Alavanca, modelo de Gullliver-Scheil e o modelo de Santos Filho que leva em consideração um fenômeno físico conhecido como efeito Soret, ou simplesmente Termodifusão. Além disso, o OA permite que o usuário possa comparar os três modelos de microssegregação de forma simultânea.

Os resultados apresentados aqui partiram de estudos realizados por (SANTOS FILHO, 2020) e do projeto de pesquisa institucional[14] "OA para o Cálculo Diferencial e Integral por meio de Modelos Matemáticos", desenvolvidos pelos autores. Além da construção do OA, são apresentadas também sugestões didáticas para explorar o objeto e o potencial dinâmico do modelo.

TRÊS MODELOS MATEMÁTICOS DE MICROSSEGREGAÇÃO

Na metalurgia, as propriedades físicas e mecânicas das peças produzidas são decorrentes do processo de solidificação. Os materiais se solidificam dentro de um intervalo de temperatura, passando por uma transformação de fase e as microestruturas de solidificação influenciam diretamente as propriedades do material. Não só o padrão da própria microestrutura, mas também a distribuição dos seus componentes químicos (segregação) influenciam fortemente as propriedades mecânicas (MEZA *et al.*, 2013).

Existem dois tipos de segregação: (I) a microssegregação, em que a segregação é

[14] Projeto de pesquisa em parceria entre pesquisadores da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte e Universidade Federal da Paraíba.

observada em cada fase diferente, na escala de suas menores estruturas, e a (II) macrosegregação, que é a segregação envolvendo uma escala maior, ao longo do corpo solidificado.

Diversos modelos matemáticos para obtenção das composições do líquido e do sólido interdendrítico são encontrados na literatura específica, no entanto, tais modelos não levam em consideração o efeito da termodifusão. A termodifusão (efeito Soret), é a difusão das espécies químicas devido à diferença de temperatura estabelecida. Este efeito é o movimento das partículas para o lado frio ou quente do gradiente de temperatura, o que torna o problema mais complexo.

Nesse contexto, Santos Filho (2020) propôs em sua pesquisa um modelo matemático de microssegregação levando-se em conta o efeito da Termodifusão (SANTOS FILHO, 2020).

O desenvolvimento do modelo mencionado permitiu a definição de um parâmetro adimensional (*H*) potencialmente útil para avaliar o efeito Soret na solidificação de ligas binárias. Tal modelo, em sua forma simplificada, é expresso da seguinte forma:

$$g_s = 1 - \left(\frac{T - T_f}{T_0 - T_f}\right)^{\frac{1}{k_0 - 1} + H} . \quad (1)$$

onde g_s é a fração de sólido obtida na temperatura T, T_0 é a temperatura *liquidus* correspondente à fração de massa inicial C_0 do soluto na liga e T_f é a temperatura de fusão e

$$H = \frac{C_{A_0} C_{B_0} m_l D^T}{(1 - k_0)\, \alpha} \qquad (2)$$

é o parâmetro adimensional que relaciona a termodifusão (D^T), transferência de calor (α), a quantidade de soluto segregado devido a solidificação (k_0) e o potencial térmico ($C_{B_0}\, m_l$).

Os modelos mais utilizados nas disciplinas que abordam a solidificação de ligas metálicas nos cursos de engenharia são a regra da alavanca (DANTZIG; RAPPAZ, 2009), equação (3), e o modelo de Gulliver-Scheil (GULLIVER, 1913), equação (4), a saber:

$$g_s = \frac{1}{1 - k_0}\left(\frac{T - T_f}{T_0 - T_f}\right) \qquad (3),$$

$$g_s = 1 - \left(\frac{T - T_f}{T_0 - T_f}\right)^{\frac{1}{k_0 - 1}} \qquad (4),$$

onde g_s é a fração de sólido na temperatura T, k_0 é o coeficiente de partição, T_0 é a temperatura *liquidus* correspondente à fração de massa inicial C_0 do soluto na liga e T_f é a temperatura de fusão.

Observe que se desprezarmos o efeito de Soret (ou termodifusão), isto é, se fizermos $H = 0$ na equação (1), temos a equação de Gulliver-Scheil, equação (4), tornando assim o modelo de Gulliver-Scheil como caso particular do modelo simplificado apresentado por Santos Filho (2020).

Considerando os modelos apresentados nesta seção, abordaremos na seção seguinte a construção do OA, que relaciona de forma dinâmica os três modelos e apresentaremos também, as sugestões didáticas para utilização do objeto por professores e alunos.

UTILIZAÇÃO DOS MODELOS DE MICROSSEGREGAÇÃO DINÂMICA EM SITUAÇÕES DE ENSINO

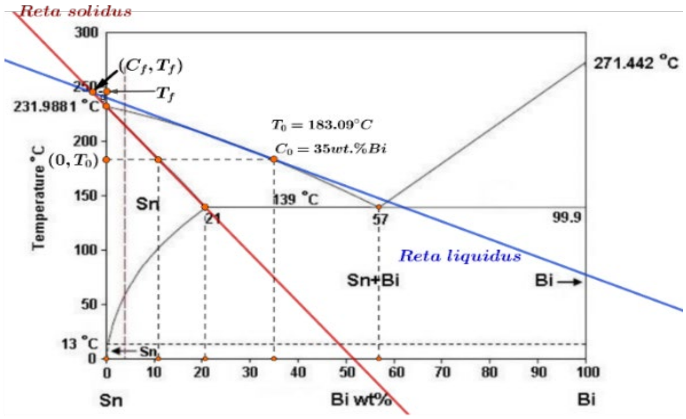
O objeto de aprendizagem proposto foi construído com o software Geogebra, para que possibilitasse ao professor realizar uma análise comparativa dos diferentes modelos matemáticos de microssegregação que são apresentados de forma recorrente nos cursos de Engenharia de Materiais e Engenharia Mecânica nas disciplinas de Introdução a Ciência dos Materiais e Transformação de Fases.

Descreveremos aqui, o processo metodológico que um docente deve seguir para a utilização do objeto de aprendizagem sugerido.

(1) O professor deve escolher qual liga metálica ele deseja trabalhar em sala de aula com seus alunos. Recomenda-se que a escolha dessa liga binária seja aquela que possui um diagrama de fazer mais simples possível e que seja um composto bastante utilizado nos estudos de fundição nos laboratórios práticos dos cursos de engenharia. Como exemplo, vamos considerar uma liga metálica Sn-35% p.Bi, isto é, uma liga Estanho-Bismuto com concentração de 35% de bismuto.

A Figura 1, nos mostra o diagrama de fases com todas as etapas iniciais que os alunos devem fazer para obter os dados necessários para a utilização do objeto de aprendizagem e iniciar qualquer discussão sobre os três modelos matemáticos de microssegregação envolvidos. A seguir descreveremos a etapas para obtenção dos dados necessários para utilização do objeto de aprendizagem sugerido.

Figura 01 – Ilustração geométrica das retas *liquidus* e *solidus* no diagrama de fases da liga Sn-Bi.



Fonte: Adaptado de Abdelaziz, Zahran e Al-Rehim (2017)

(2) O professor deve dividir os alunos em diferentes equipes. Depois ele deve distribuir com as equipes o diagrama de fases da liga Sn-Bi para que os alunos obtenham os dados necessários, ver figura 1, para utilização dos modelos matemáticos e do referido objeto de aprendizagem.

(3) No ponto da linha *liquidus,* em que $C_0 = 35\%$, o aluno deve fazer a projeção ortogonal para o eixo da Temperatura e marcar o ponto de interseção da reta ortogonal com a linha *solidus* e o ponto de interseção com o eixo da temperatura, ponto $(0, T_0)$.

(4) Utilizando uma régua os alunos devem fazer uma aproximação linear para as curvas *liquidus* e *solidus* construindo uma reta denominada *liquidus* (azul) e uma reta denominada *solidus* (vermelho) com base no ponto em que $C_0 = 35\%$. Devem marcar o ponto de interseção entre as retas que será o ponto (C_f, T_f).

(5) A temperatura de fusão T_f, utilizada em todos os modelos de microssegregação, será obtida da interseção entre as retas *liquidus* e *solidus*, que neste caso é $T_f = 244{,}97°C$. Para se obter esse resultado deve-se utilizar uma regra de três simples da seguinte forma:

5.1- Com uma régua, o aluno deve medir o comprimento $(c1)$ do segmento definido pelos pontos $(0, 0)$ e $(0, 231.9881°C)$.

5.2- Com uma régua, o aluno deve medir o comprimento $(c2)$ do segmento definidos pelos pontos (0, 0) e a projeção ortogonal (0, T_f).

5.3- Resolver a equação $\frac{c1}{c2} = \frac{231.9881°C}{T_f}$.

(6) De forma semelhante ao que foi feito na etapa 5, encontra-se o valor da temperatura $T_0 = 183{,}09°C$ correspondente a concentração inicial $C_0 = 35\%$.

(7) Utilizando os pontos (C_0, T_0) e (C_f, T_f) encontra-se a equação da reta *liquidus* que é dada por: $T_l = m_l . C + n = -1{,}6314C + 513{,}34$. Analogamente, utilizando os pontos $(0, 231.9881)$ e (C_f, T_f) determina-se a reta *solidus* que no caso em questão é dada da forma: $T_s = m_s . C + p = -4{,}4280C + 505{,}14$.

(8) Com esses resultados em mãos o aluno deve abrir no Geogebra o objeto de aprendizagem e digitar as informações solicitadas nos campos de entradas destacados. São eles:

I-Concentração inicial $C_0 = 0{,}35$;

II- Temperatura de fusão: $T_f = 244{,}97$

III- Inclinação da reta *liquidus*: $m_l = -1{,}6314$.

IV- Temperatura Liquidus em $C_0 = 0{,}35$: $T_l(C_0) = 183{,}09$.

V- Inclinação da reta *solidus*: $m_s = -4{,}428$.

(9) Os alunos devem inserir, no objeto de aprendizagem, ver figura 2 a seguir, todos os dados obtidos e, desta forma, poderão observar as curvas geradas pelos diferentes modelos de microssegregação (figura 2). Nesse momento, o professor pode explorar simultaneamente o diagrama de fases da liga Sn-Bi (figura 1) e as curvas de microssegregação geradas pelo objeto de aprendizagem feito no Geogebra, dos respectivos modelos de microssegregação descritos (figura 2).

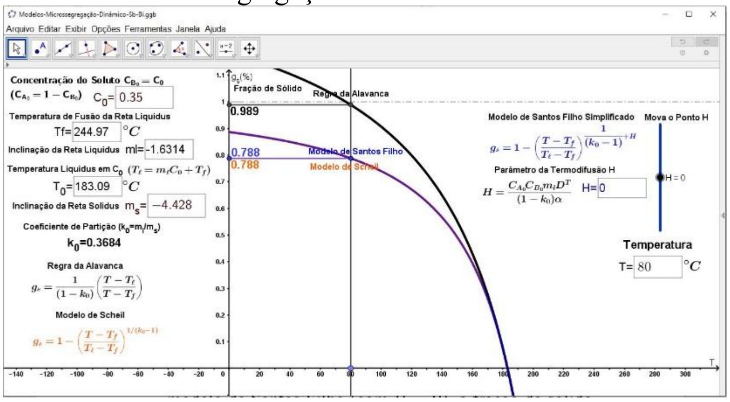
A Figura 2 nos mostra o objeto de aprendizagem denominado *Modelos de Microssegregação Dinâmicos* para o estudo da liga metálica Estanho-Bismuto (Sn-Bi) com concentração inicial de bismuto de 35% ($C_0 = 0{,}35$). Além disso, podemos observar as curvas referentes aos três modelos matemáticos de microssegregação, a Regra da Alavanca (equação 3, em cor preta), Modelo de Gulliver-Scheil (equação 4, em cor laranja) e o Modelo de Santos Filho (equação 1, em cor azul). Este objeto de aprendizagem evidencia a dinamicidade do Geogebra, na articulação de diferentes parâmetros e coeficientes e a articulação das representações algébricas e gráficas, o que pode auxiliar o professor ao demonstrar as alterações simultâneas que ocorrem no modelo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após os alunos inserirem todos os dados iniciais, no objeto de aprendizagem, o professor poderá ver a construção das curvas dos três modelos de microssegregação descritos na janela do Geogebra (figura 2). Com isso, ele deve explorar a representação gráfica gerada para fazer uma reflexão sobre o processo de solidificação de uma liga binária, podendo levar em consideração o efeito da termodifusão (efeito Soret) bastando fazer $H \neq 0$, ou desprezar o efeito da termodifusão fazendo $H = 0$.

Para ajudar na reflexão, encontra-se uma caixa de entrada, no canto inferior direito, para a escolha de uma temperatura qualquer com a finalidade de obter os pontos de interseção da reta $x = T$ com as respectivas curvas de microssegregação apresentadas.

Figura 2 – Modelos de Microssegregação Dinâmicos considerando $H = 0$ e $T = 80°\text{C}$.

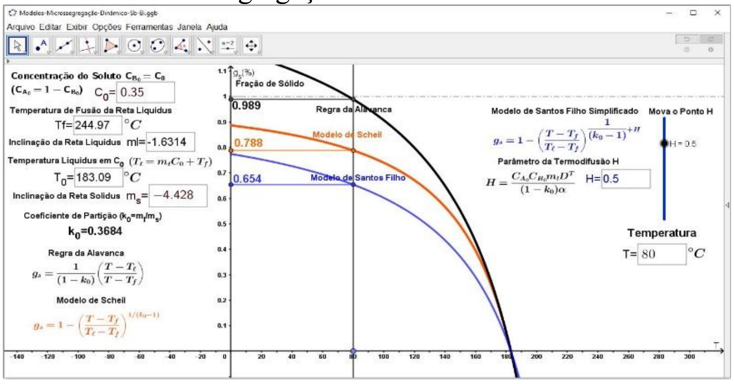


Fonte: Elaboração dos autores.

Na Figura 2, vemos que quando a temperatura estiver por volta de $T = 80°\text{C}$ a solidificação da liga metálica em estudo estará praticamente solidificada, se utilizarmos o modelo da regra da alavanca (curva em preto), já que a fração de sólido, neste caso é $g_S = 98{,}9\%$. No entanto, se utilizarmos o modelo de Gulliver-Scheil (curv em laranja) e o modelo de Santos Filho (com $H = 0$) (curva em azul) a fração de sólido, g_S, é por volta de 80%, já que $g_S = 78{,}8\%$ em ambos os modelos.

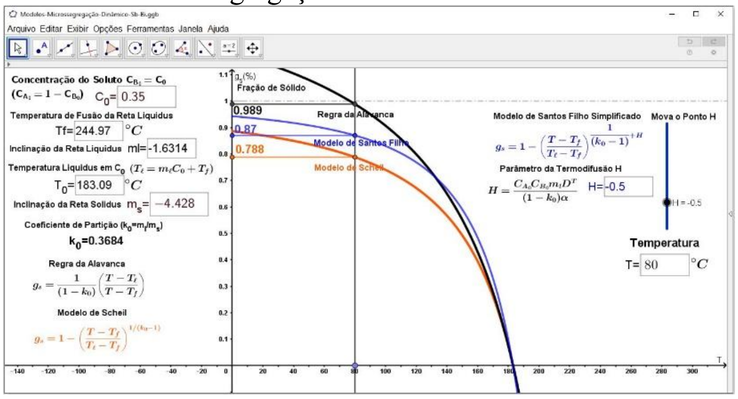
O professor deve discutir com os alunos, em um segundo momento, sobre as influências dos fenômemos físicos no processo de solidificação, em particular sobre o fenômeno da Termodifussão (efeito Soret). Nesse momento, o professor pode propor que os alunos escolham um valor para o parâmettro da Termodifussão digitando na caixa de entrada H um valor diferente de zero. Por exemplo, se o valor escolhido para o parâmetro da termodifusão for de $H = 0.5 > 0$, com $T = 80°\text{C}$, observa-se através da Figura 3, que os modelos de Gulliver-Scheil e o modelo de Santos Filho diferem, mostrando assim a influência da termodifussão na solidificação. Neste caso, ver figura 3, a termodifusão retarda a solidificação, já que $g_S = 65{,}4\%$ no modelo de Santos Filho.

Figura 03 – Modelos de Microssegregação Dinâmicos considerando $H = 0.5$ e $T = 80°C$.



Fonte: Elaboração dos autores (2022).

Figura 04 – Modelos de Microssegregação Dinâmicos considerando $H = -0.5$ e $T = 80°C$.



Fonte: Elaboração dos autores (2022).

Se o parâmetro de termodifusão escolhido pelos alunos for negativo, por exemplo, $H = -0.5 < 0$ com $T = 80°C$, observa-se, ver figura 4, que os modelos de Gulliver-Scheil e o modelo de Santos Filho ainda diferem. Neste caso, observa-se que a influência da Termodifusão acelera a solidificação, já que $g_s = 87\%$ no modelo de Santos Filho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho apresentamos um objeto de aprendizagem dinâmico, construído com o software Geogebra, como proposta para o ensino e aprendizagem de conceitos sobre diagrama de fases, solidificação de ligas binárias e modelos matemáticos de microssegregação que são conteúdos estudados nos cursos de engenharia de diversas universidades.

Um modelo matemático de microssegregação simplificado de Santos Filho (SANTOS FILHO, 2020) foi apresentado pois, esse modelo matemático inclui um fenômeno físico denominado efeito Soret, ou simplesmente termodifusão. Tal modelo, possibilita que o docente possa discutir em sala de aula a existência de modelos matemáticos de microssegregação diferentes dos modelos clássicos da literatura como o modelo da Regra da Alavanca e o Modelo de Guulliver-Scheil.

A utilização do objeto de aprendizagem construido com o Geogebra, denominado Modelos de Microssegregação Dinâmicos, em sala de aula, pode mostrar-se bastante eficiente, já que articula aspectos algébricos e geométricos, que auxiliam a visualização da influência de fenômenos físicos no processo de solidificação, tal como o fenômeno da termodifusão, e que muitas vezes são desprezados pelos engenheiros. Esperamos, em investigações futuras, testar a eficácia do modelo em um contexto real de ensino, validando as hipóteses levantadas neste trabalho sobre a eficácia do modelo.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, E; FLÔRES, M. L. **Objetos de Aprendizagem: conceitos básicos.** In: TAROUCO, Liane Margarida Rockenbach et al. Objetos de aprendizagem: teoria e prática. Porto Alegre: Evangraf, 2014. p. 12-28

ABDELAZIZ, S. M; ZAHRAN, H; EL-REHIM, A. A. Microstructure and mechanical properties of tin-bismuth solder alloy reinforced by antimony oxide nanoparticles. **International Journal of Advances in Engineering & Technology**, IAET Publishing Company, v. 10, n. 1, p. 73, 2017.

DANTZIG, J. A; RAPPAZ, M. **Solidification.** [S.l.]: EPFL press, 2009.

GULLIVER, G. The quantitative effect of rapid cooling upon the constitution of binary alloys. **J. Inst. Met**, v. 9, n. 1, p. 120–157, 1913.

LINS. W. C. B. **Interações em Atividades de Docência Online em Ambientes de Imersão 3D**. 264f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2010.

MEZA, E. S. et al. **The effect of the growth rate on microsegregation: Experimental investigation in hypoeutectic al–fe and al–cu alloys directionally solidified.** Journal of Alloys and Compounds, Elsevier, v. 561, p. 193–200, 2013.

SANTOS FILHO, J. E. **Modelo Analítico de Microssegregação na Solidificação de Ligas Binárias Considerando o Efeito Soret.** 111f. Tese (Doutorado em Ciência e Engenharia de Materiais) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, 2020.

Sobre os autores

Agnes Liliane Lima Soares de Santana graduou-se em Licenciatura e Bacharelado em Matemática na UFPB, mestre em Matemática na UFPB. Desde de 2007 é professora do Departamento de Ciências Exatas da UFPB. Sua área de pesquisa é a Formação de professores de Matemática e na Educação Básica.

Cassy Jones Florencio Alves graduou-se em Licenciatura em Matemática na UFPB/campus IV. Foi bolsista Pibid e Pibic na UFPB. Atualmente é professor do Munícipio de Jacaraú. Sua área de atuação é o Pensamento Computacional na Formação do Professor do Ensino Básico.

Carlos Alex Alves graduou-se em Licenciatura em Matemática pela UFPB/Campus IV. Especialista em Matemática para o Ensino Fundamental pela UFPB/Campus IV. Mestre em Educação Matemática na UEPB. Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação Para a Ciência pela UNESP/Campus Bauru. Professor da SEECT da Paraíba. Atua na área de Educação Matemática e é colaborador do Pibid-Matemática da UFPB/Campus IV desde 2012.

Cibelle Assis graduou-se em Bacharelado em Matemática, Mestre em Matemática pela UFPB (2002/2004) e Doutora em Educação Matemática (2010) pelo programa de pós-graduação em Educação da UFPE na linha de Didática de Conteúdos Específicos. Pós Doutorado em Educação Matemática (2016-2018) pela UFPE com Estágios no Ifé - da ENS/ Lyon - França. Professora Associado II do Departamento de Ciências Exatas - DCX do CCAE da UFPB /Campus IV e professora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba.

Claudilene Gomes da Costa graduou-se em Licenciatura e Bacharelado em Matemática na UFPB, mestre em Matemática na UFPB. Doutora em Engenharia Elétrica e da Computação na UFRN. Desde de 2008 é professora do Departamento de Ciências Exatas da UFPB. Atua na área de pesquisa em Pensamento Computacional na formação de professores de Matemática e na Educação Básica.

Cristiane Fernandes de Sousa graduou-se em Licenciatura em Matemática (UFPE), Mestre e Doutora em Educação, na linha de pesquisa Educação Matemática (UFRN). Professora no curso de Licenciatura em Matemática, do Departamento de Ciências Exatas, da UFPB/campus IV. Atuou como Coordenadora de Área de Gestão de Processos Educacionais do Pibid/UFPB, no período de 2014 a 2018. É orientadora dos residentes do subprojeto de Matemática/campus IV, do Programa de Residência Pedagógica, desde nov/2018. Tem interesse em pesquisas na área de Ensino de Geometria, com foco tanto na Educação Básica como na Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática.

Felipe Tarquino da Silva graduou-se em Licenciatura em Matemática do Campus IV da UFPB. Atuou em projetos de monitoria e sua área de interesse de pesquisa é o uso de ferramentas computacionais como instrumento didático.

Felipe de Souza Bento graduou-se em Licenciatura em matemática pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB/*campus* IV). Foi voluntário nos anos de 2021 e 2022 no projeto "O Laboratório de Ensino de Matemática como espaço de formação de professores: práticas e reflexões em contextos diversificados", no Programa de Bolsas de Extensão (PROBEX/UFPB). Atualmente é estudante no grupo de pesquisa POTIS - Pesquisas Interculturais em Educação Matemática, da Universidade Federal da Paraíba (UFPB/*campus* IV).

Graciana Ferreira Dias graduou-se em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB). Mestre e Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professora do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB (Campus IV - Rio Tinto). Atualmente é líder do Grupo de pesquisa *POTIS* - Pesquisas Interculturais em Educação Matemática. É coordenadora do projeto de extensão 'O Laboratório de Ensino de Matemática como espaço de formação de professores: práticas e reflexões em contextos diversificados' (PROBEX/UFPB 2022-2023). Tem experiência com formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática.

Isabel Cristina Pereira da Silva graduou-se em Licencitura em Matemática na UFPB/campus IV. Participou do Programa Novo Mais Educação no município de Marcação/PB. Foi residente bolsista do PRP, subprojeto de Matemática/campus IV, no período 2018 a 2020. Tem interesse em pesquisas na área de Educação Matemática, com o foco na Formação Continuada de Professores de Matemática.

Izidorio Lima da Silva graduou-se em Licenciatura em Matemática pela UFPB, especialista em auxiliar de Recursos Humanos pelo IFPB (2014). Foi bolsista do Projeto PIBID/ (2018) e do PRP/UFPB (2020). Atualmente é professor no Colégio SIGMA da rede Privada de Ensino e graduando em Engenharia Civil pelo Centro Universitário UNIPÊ.

José Elias dos Santos Filho graduou-se em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba, mestrado em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba e Doutorado em Ciência e Engenharia de Materiais pela Universidade Federal da Paraíba. Atualmente é professor Adjunto IV da Universidade Federal da Paraíba. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Ensino de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Objetos de Aprendizagem com o Geogebra, Ambientes Virtuais de Ensino e Modelagem Matemática em Solidificação.

José Fabrício Lima de Souza graduou-se em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), mestre em Matemática (UFPB) com doutorado em Engenharia Mecânica (UFPB). É professor do Departamento de Ciências Exatas do Centro de Ciências Aplicadas e Educação, da Universidade Federal da Paraíba (UFPB) no Campus IV, em Rio Tinto-PB. Atualmente é coordenador do curso de Licenciatura em Matemática do Campus IV da UFPB. Sua área de pesquisa se concentra no uso de recursos computacionais para o ensino de Matemática.

José Laudelino de Menezes Neto, graduou-se em Bacharel em Matemática, com mestrado e doutorado também em matemática. É professor do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Federal da Paraíba. Pesquisa nas áreas de Matemática Aplicada, Sistemas Dinâmicos e Álgebra Comutativa.

Joseilme Fernandes Gouveia graduou-se em Estatística pela UFPB, com mestrado e doutorado em Biometria e Estatística Aplicada pela UFRPE. É professor Associado I do Departamento de Ciências Exatas (DCX) do CCAE/UFPB. Atualmente é Chefe do DCX, Coordenador de Projetos de Extensão e Monitoria. Tem experiência na área de Estatística, atuando principalmente nos

seguintes temas: Educação Financeira, Modelos de Regressão, Estatística Computacional, Ciências de dados, Business Intelligence, Pesquisas Quantitativas e Qualitativas.
Josevandro Barros Nascimento graduou-se em Licenciatura em Matemática pela UFCG, Mestre em Ciências, Modelagem Matemática e Computacional - UFPB/PPGMMC e Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática - UFRPE/PPGEC. Foi Professor Substituto do Departamento de Ciências Exatas (DCX) CCAE/UFPB.

Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva graduou-se em Licenciatura em Matemática e mestre em educação pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB). Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professora do Departamento de Ciências Exatas do Centro de Ciências Aplicadas e Educação - UFPB. Atualmente é coordenadora do LEPEM - Laboratório de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática e vice-líder do Grupo de pesquisa *POTIS* - Pesquisas Interculturais em Educação Matemática. Coordenadora e colabora com Projeto de extensão (PROBEX/UFPB 2022-2023) e Programa de Residência Pedagógica – UFPB, no subprojeto de Matemática, Núcleo do *campus* VI.

Laís Leopoldina Vieira de Oliveira graduou-se em Licenciatura em Matemática pela UFPB. Atua nas áreas de Ambientes de Aprendizagem, Educação Financeira Escolar e Educação Financeira Crítica.

Lyzia Nascimento de Sousa graduou-se em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB/campus IV). Foi bolsista do projeto de extensão "O Laboratório de Ensino de Matemática como espaço de formação de professores: práticas e reflexões em contextos diversificados" (2021-2022) e atualmente é bolsista do mesmo projeto (PROBEX/UFPB 2022-2023). Atua como monitora da disciplina Laboratório de Ensino-Aprendizagem em Matemática I, do curso de Licenciatura em Matemática (UFPB/campus IV).

Roberto Mariano de Araújo Filho: graduou-se em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba, mestre e doutor em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco. Atualmente é professor Classe 3 - Nível 3 e chefe do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte no Campus de Patu Realiza pesquisas na área de Tecnologia e Educação Matemática, trabalhando com aprendizagem colaborativa, funções, conhecimentos docentes (TPACK) e formação inicial de professores.

Sérgio de Albuquerque Souza graduou-se em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Paraná UFPR, Especialização em Análise Matemática pela Universidade Federal da Paraíba UFPB, Mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco UFPE e Doutorado em Ciência e Engenharia dos Materiais pela Universidade Federal da Paraíba UFPB. Professor Associado I da Universidade Federal da Paraíba.

Stefany dos Santos Ferreira graduou-se em Licenciatura em Matemática pela UFPB, no CCAE, Campus IV. Tem interesse em pesquisas relacionadas ao ensino-aprendizagem de Educação Financeira.

Surama Santos Ismael da Costa graduou-se em Bacharelado e licenciatura em Matemática (1999/2000), mestre em Matemática (2001) e doutorado em Ciências das Religiões (2022) pela

Universidade Federal da Paraíba. Atualmente é professora Adjunta lotada no Departamento de Ciências Exatas da Universidade Federal da Paraíba - Campus IV- Litoral Norte, onde foi coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática no período de novembro/2013 a junho 2017. É integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - GEPEM/Campus IV e do grupo POTIS - Pesquisas interculturais em Educação Matemática.

Teodomiro José dos Santos Neto graduou-se em Licenciatura em Matemática no Centro de Ciências Aplicadas e Educação, da Universidade Federal da Paraíba.

Marcos André José Valcácio graduou-se em bacharel em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) com Mestrado em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB) na área de concentração em Teoria dos Números e Álgebra. Docente da Universidade Federal da Paraíba (UFPB) desde 2007. Atualmente é Coordenador do Projeto de Monitoria do Curso de Licenciatura em Matemática da UFPB – Campus IV – Rio Tinto.